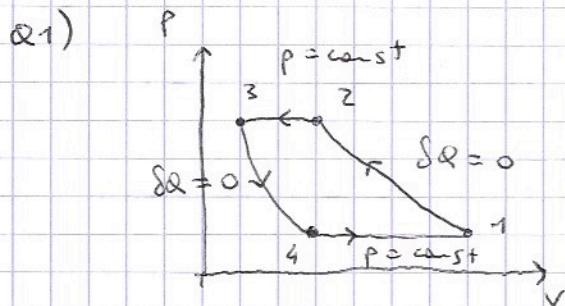


EX. 1 : CYCLE DE JOULE INVERSE ET POMPE à CHALEUR

11



1 → 2 : COMPRESSION ADIABATIQUE (REV.)

$$Q_{12} = 0$$

2 → 3 : REFROIDISSEMENT ISOBARE

$$P_2 = P_3 ; T_3 < T_2$$

3 → 4 : DETENTE ADIABATIQUE (REV.)

$$Q_{23} = 0$$

4 → 1 : RECHAUFFEMENT ISOBARE

$$P_4 = P_1 ; T_1 > T_4$$

$$T_3 = T_C \text{ TEMP. SOURCE CHAUDE ; } P_3 = P_C$$

$$T_1 = T_F \text{ " " FROIDE ; } P_1 = P_F$$

Q2) $a = \frac{P_C}{P_F} = 5 ; \gamma = 1,4 ; \beta = 1 - \gamma^{-1} ; T_C = 288 \text{ K} ; T_F = 283 \text{ K}$

1 → 2 : ADIAB. REV. ⇒ LOI LAPLACE: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$

ÉQ. ÉTAT G.P. : $PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_1 \left(\frac{nRT_1}{P_1} \right)^\gamma = P_2 \left(\frac{nRT_2}{P_2} \right)^\gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = a^\beta T_1 \Rightarrow$$

$$a = \frac{P_C}{P_F} = \frac{P_3}{P_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_2 = P_3$$

$$\Rightarrow T_2 = a^\beta \underbrace{T_1}_{T_F} = 448 \text{ K}$$

... De façon analogue ...

2

3 → 4: ADIAB. RÉV. ⇒ LOI LAPLACE: $P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 a^{-1 + \frac{1}{\gamma}} = T_3 a^{-\beta} \Rightarrow$$

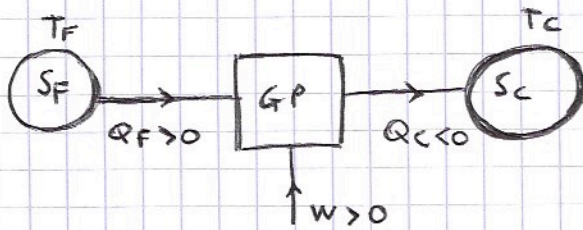
$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{P_3}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} = a$$

$$\beta = 1 - \gamma^{-1}$$

$$P_1 = P_4$$

$$\Rightarrow T_4 = \underbrace{T_3}_{T_c} a^{-\beta} = 188 \text{ K}$$

Q3)



Échanges de chaleur: le long des isothermes

$$Q_F = Q_{12} = m c_p (T_1 - T_4)$$

$$Q_C = Q_{34} = m c_p (T_3 - T_2)$$

$$e = - \frac{Q_C}{W} \quad \text{EFFICACITÉ}$$

$$0 = \Delta U = W + Q_C + Q_F \Rightarrow W = -Q_C - Q_F \Rightarrow e = \frac{+Q_C}{Q_C + Q_F} =$$

1 CYCLE

$$= \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}}$$

$$\frac{Q_F}{Q_C} = \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} \Rightarrow e = \frac{1}{1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}} = \frac{1}{1 + \frac{T_F - T_C a^{-\beta}}{T_C - T_F a^\beta}} =$$

$$T_1 = T_F; T_3 = T_C$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{a^{-\beta} T_F a^\beta - T_C}{T_C - T_F a^\beta}} = \frac{1}{1 - a^{-\beta}} = \frac{a^\beta}{a^\beta - 1}$$

$$\Rightarrow e = \frac{a^\beta}{a^\beta - 1} \approx 2,71$$

l'efficacité dépend uniquement du rapport $a = P_C/P_F$ et β (donc γ)

$$Q_4) \quad e = -\frac{Q_C}{W} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} \quad (\text{général})$$

3

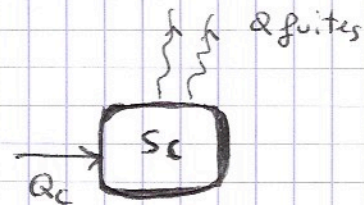
C. CARNOT: 2 ISOTHERMES et 2 ADIABATIQUES, RÉVERSIBLES
ÉCHANGE DE CHALEUR UNIQUEMENT AVEC les
SOURCES S_F et S_C (AUCUNE PERTE).

$$\Rightarrow 0 = \Delta S_{\text{TOT}} = \underbrace{\Delta S_M}_0 + \underbrace{\Delta S_C}_{-\frac{Q_C}{T_C}} + \underbrace{\Delta S_F}_{-\frac{Q_F}{T_F}} \Rightarrow \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} = 0 \Rightarrow \frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F}{T_C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e_C = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} = \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} = \frac{T_C}{T_C - T_F} = \frac{298}{298 - 283} \approx 19,9$$

$$\Rightarrow e_C = \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} \approx 19,9 \gg e$$

Q5) Régime PERMANENT: $T_C = T_3 = \text{const}$



\Rightarrow Au cours d'1 CYCLE, il faut que

Q_C COMPENSE les FUITES THERMIQUES $Q_{\text{fuites}} \Rightarrow Q_C = -Q_{\text{fuites}}$

EFFICACITÉ: $e = -\frac{Q_C}{W} \Rightarrow W = -\frac{Q_C}{e} = \frac{Q_{\text{fuites}}}{e} \quad (\text{TRAVAIL})$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Q_{\text{fuites}}}{e} = \frac{20 \text{ kW}}{2,71} \approx 7,4 \text{ kW}$$

PUISSANCE MÉCANIQUE pour
maintenir $T_3 = T_C = \text{const}$.

$$q_v = 20 \frac{\text{l}}{\text{h}} \quad \text{DÉBIT}$$

$$T_{in} = 15^\circ\text{C} ; T_{out} = 40^\circ\text{C} \quad (\text{TEMP. en ENTREE et SORTIE})$$

$$c = 4100 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \quad \text{CHALEUR MASSIQUE}$$

$$V_0 = 1\text{l} \leftrightarrow m = 1,02 \text{ kg}$$

Q1)

$$m = \rho V = 1,02 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 2,04 \cdot 10 \text{ kg} = 20,4 \text{ kg}$$

$$\rho = \frac{1,02 \text{ kg}}{10^{-3} \text{ m}^3} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$V = 20 \text{ l} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

La quantité de chaleur absorbée par le fluide est:

$$Q = m c (T_{out} - T_{in}) = 20,4 \text{ kg} \cdot 4100 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} (40 - 15) \text{ K} = 2091 \text{ KJ}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = \frac{1}{3600} \text{ Wh} \Rightarrow 1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J} = 3,6 \text{ KJ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = 2091 \text{ KJ} = \frac{2091}{3,6} \text{ Wh} \approx 580 \text{ Wh} = 0,58 \text{ KWh}$$

Q2) PUISSANCE THERMIQUE REÇUE par le LIQUIDE CALOPORTEUR et par l'EAU du RÉSERVOIR de STOCKAGE:

$$P_{TH} = \frac{dQ}{dt} \approx \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0,58 \text{ KW}$$

$$\Delta t = 1\text{h} \Rightarrow \Delta Q = 0,58 \text{ KWh} = 2091 \text{ KJ}$$

Q3) $S = 2 \text{ m}^2$ (surface du capteur solaire)

$$P_{sol}^{(s)} = 800 \text{ W m}^{-2} \quad (\text{puissance solaire reçue par le capteur par unité de surface})$$

$$P_{sol} = 2 \cdot 800 = 1600 \text{ W} \quad \text{PUISSANCE SOLAIRE TOTALE REÇUE par le CAPTEUR}$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ S \cdot P_{sol}^{(s)} \end{matrix}$$

$$\text{RENDEMENT du CAPTEUR} : \eta = \frac{P_{TH}}{P_{sol}} = \frac{0,58 \text{ KW}}{1,6 \text{ KW}} \approx 0,36 = 36\%$$

EX. 3: SURFACE D'UN CAPTEUR SOLAIRE

15

$$Q_{\text{sol}}^{(s)} = 16,8 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2} \quad \text{dans } t = 1 \text{ jour}$$

↑ ENERGIE SOLAIRE
~~QUANTITE~~ SURFACIQUE REÇUE par le CAPTEUR DANS 1 JOUR

$$\epsilon = 50\% = 0,5 \quad \text{RENDEMENT du CAPTEUR}$$

$$V = 200 \text{ l} \quad \text{VOLUME d'un CHAUFFE-EAU}$$

Q1)

$$c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \text{CHALEUR MASSIQUE de l'EAU}$$

$$\Delta T = T_f - T_i = 60 - 20 = 40 \text{ K} \quad \text{VARIATION TEMPERATURE EAU}$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} \approx 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\Rightarrow m = \rho_{\text{H}_2\text{O}} V = 10^3 \cdot 0,2 = 200 \text{ kg}$$

$$V = 200 \text{ l} = \del{0,2} \del{m^3} 0,2 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow Q = m c_{\text{H}_2\text{O}} \Delta T = 200 \cdot 4,18 \cdot 40 = 3340 \text{ kJ} \approx 3,3 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Q2)

$$Q = 3,3 \cdot 10^7 \text{ J} \quad \text{Energie thermique absorbée par l'eau}$$

$$\epsilon = \frac{Q}{Q_{\text{sol}}} \Rightarrow Q_{\text{sol}} = \frac{Q}{\epsilon} = 2Q = 6,6 \cdot 10^7 \text{ J}$$

↑
ε = 1/2

↑
 QUANTITE de CHALEUR (SOLAIRE)
 REÇUE par le CAPTEUR

Q3)

$$Q_{\text{sol}} = Q_{\text{sol}}^{(s)} \cdot S \Rightarrow S = \frac{Q_{\text{sol}}}{Q_{\text{sol}}^{(s)}} = \frac{6,6 \cdot 10^7 \text{ J}}{16,8 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2} \approx 0,39 \cdot 10 \text{ m}^2 \approx 4 \text{ m}^2$$