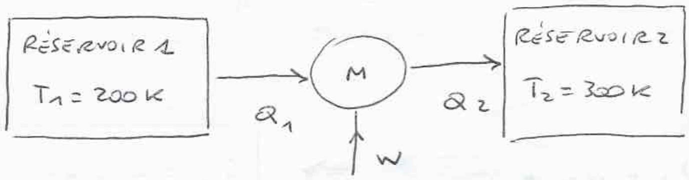
TD5

• **EX1** : CYCLE INVERSE



RÉSERVOIRS 1, 2 GRANDS $\Rightarrow$ $T_1, T_2 =$ cst.

M : MACHINE FRIGORIFIQUE (pour retirer $Q_1 = 100\,J$ de chaleur du réservoir 1)

Elle consomme du travail W et rejette une quantité de chaleur Q_2 au réservoir 2.

→ QUESTIONS :

(a) $\Delta S_M = 0$ POURQUOI ?

(b) $Q_2 = Q_2(Q_1, W)$ à travers le 1er PRINCIPE ?

(c) $\Delta S_{TOT} = ?$

$W_{MIN} = ?$

(a) VARIATION D'ENTROPIE

SOURCE CHAUDE (C) [RÉSERVOIR 2] : ΔS_C

" FROIDE (F) [" 1] : ΔS_F

MACHINE (M) : ΔS_M

$\Delta S_M = 0$; l'entropie est une FONCTION D'ÉTAT $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ sur un CYCLE : $\boxed{\Delta S_M = 0}$

(b) $Q_2 = Q_2(Q_1, W) = ?$

1er PRINCIPE : $\Delta U = Q + W$

$\Delta U = 0$ (CYCLE) $\Rightarrow Q + W = 0$

CHALEUR TRAVAIL

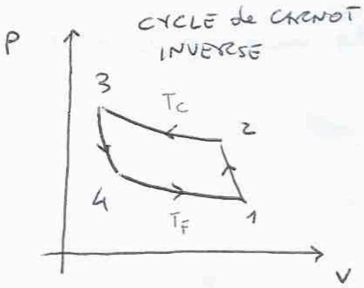
$Q_2 = Q_C < 0$ La machine cède de la chaleur au réservoir 2

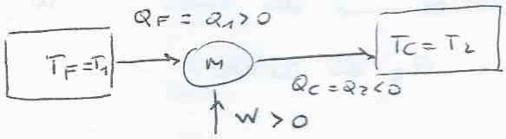
$Q_1 = Q_F > 0$ La machine reçoit de la chaleur du réservoir 1

$W > 0$ La machine reçoit du travail de l'extérieur

$Q_1 + Q_2 + W = 0 \Rightarrow \boxed{Q_2 = -Q_1 - W}$

(c) $T_F = T_1 < T_2 = T_C$





De la chaleur est transférée de la source froide vers la source chaude. Ce n'est pas un transfert spontané que le second principe interdit, le système consomme du travail W qui est transformé en chaleur durant le cycle et restitué tout comme Q_F à la source chaude. C'est le principe de la machine frigorifique qui prend de la chaleur dans la chambre froide et la restitue à l'extérieur où la température est plus élevée.

CYCLE CARNOT : $\frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F}{T_C}$; $Q_F < 0$, $Q_C > 0$

CÉDÉE REÇUE

" INVERSE : $\frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F}{T_C}$ car les 2 quantités de chaleur ont seulement changé de signe par rapport au cycle directe.

$Q_C < 0$, $Q_F > 0$

CÉDÉE par la machine

REÇUE par la machine

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_M$$

VARIATION TOTALE D'ENTROPIE

SOURCE CHAUDE (RÉS. 2)

SOURCE FROIDE (RÉS. 1)

MACHINE (gaz contenu dedans)

$$\Delta S_C = -\frac{Q_C}{T_C} > 0 \text{ , car } Q_C < 0$$

la SOURCE C. REÇOIT de la CHALEUR

(la MACHINE CÈDE de la CHALEUR: $Q_C < 0$)

$Q_C = Q_2$ $\Rightarrow \Delta S_C = -\dfrac{Q_2}{T_2}$

$T_C = T_2$

$$\Delta S_F = -\frac{Q_F}{T_F} < 0 \text{ , car } Q_F > 0$$

la SOURCE F. CÈDE de la CHALEUR

(la MACHINE REÇOIT de la CHALEUR: $Q_F > 0$)

$Q_F = Q_1$ $\Rightarrow \Delta S_F = -\dfrac{Q_1}{T_1}$

$T_F = T_1$

$\Delta S_M = 0$ car la MACHINE fait un CYCLE

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_{TOT} = \Delta S_C + \Delta S_F = -\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1}}$$

$$W = -Q_1 - Q_2 \qquad (\Delta U = 0,\ \text{CYCLE})$$

$$\Delta S_{TOT} = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$$

et $W = W_{min}$

$$\text{REV.} \Rightarrow \Delta S_{TOT} = 0 \qquad \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{IRR.} \rightarrow \Delta S_{TOT} > 0 \qquad \Rightarrow -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \Leftrightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} < -\frac{T_2}{T_1}$$

$$W = -Q_1\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right) \quad ; \quad W \geqslant -Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

Pour $\Delta S_{TOT} = 0$ (REVERSIBLE) $\Rightarrow W \rightarrow W_{MIN} = -Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = Q_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$

$$\boxed{W_{MIN} = Q_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)} \qquad \text{TRAVAIL MINIMUM}$$

//

$$W > 0 \ ; \ W = \underset{\substack{<0 \\ (Q_1>0)}}{-Q_1}\left(1 + \underset{\substack{<0 \\ (Q_2<0)}}{\frac{Q_2}{Q_1}}\right) = -Q_1 \left(\overbrace{\underbrace{1 - \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right|}_{\leq\, 1 - \frac{T_2}{T_1} \,<\, 0}}^{<0}\right) \geqslant -Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

$T_2 > T_1$

$$\underset{-\left|\frac{Q_2}{Q_1}\right|}{\frac{Q_2}{Q_1}} < -\frac{T_2}{T_1} \quad (\text{IRR.}) \qquad \Rightarrow \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right| > \frac{T_2}{T_1}$$

... Autrement ...

$$\underset{W>0}{W} = |W| = Q_1\left|1 - \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right|\right| \geqslant Q_1 \left|\underset{1-\frac{T_2}{T_1} \leq 0}{1 - \frac{T_2}{T_1}}\right| = \overbrace{Q_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)}^{W_{MIN}}$$

$$1 - \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right| \leqslant 1 - \frac{T_2}{T_1} \underset{T_2 > T_1}{\leqslant} 0 \Rightarrow \left|1 - \left|\frac{Q_2}{Q_1}\right|\right| \geqslant \left|1 - \frac{T_2}{T_1}\right|$$

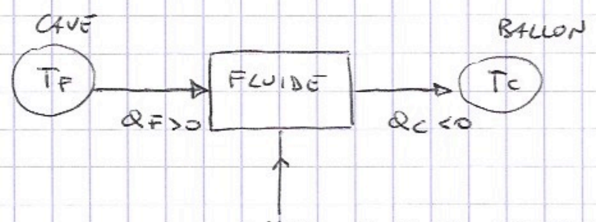
//

• **EX. 2 : CHAUFFE-EAU THERMODYNAMIQUE à ACCUMULATION**

POMPE à CHALEUR (PAC)

$T_F = 11°C$ (cave)

$T_C = 55°C$ (ballon accumulation eau)



$W > 0$: TRAVAIL FOURNI par le COMPRESSEUR

→ QUESTION : "RENDEMENT" (ou COP : COEFFICIENT de PERFORMANCE / ou e : EFFICACITÉ) ?

1° PRINCIPE (sur 1 CYCLE) : $W + Q_C + Q_F = 0$

"RENDEMENT" $COP \equiv e = -\dfrac{Q_C}{W} = +\dfrac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{Q_F}{Q_C}}$

$W = -(Q_C + Q_F) > 0$

$Q_C < 0$

2° PRINCIPE (sur 1 CYCLE) : $\underbrace{\Delta S =}_{\text{réversibilité}} \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \underbrace{= 0}_{\text{cycle}} \Rightarrow \dfrac{Q_F}{Q_C} = -\dfrac{T_F}{T_C} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{e = \frac{1}{1 - \dfrac{T_F}{T_C}} = \frac{T_C}{T_C - T_F}}$$

EFFICACITÉ

Numériquement :

$$e = \frac{273 + 55}{55 - 11} \simeq 7,45$$

• **EX. 3** : PUISSANCE MOYENNE D'UN CLIMATISEUR

$T_e = 308\,K$ (AIR EXTÉRIEUR → SOURCE CHAUDE)

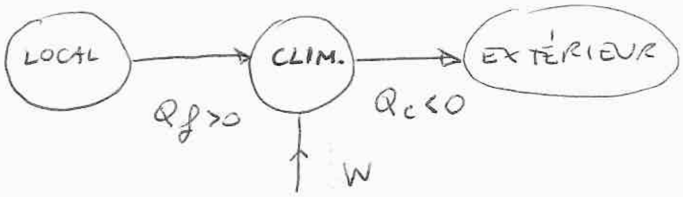
SOURCE FROIDE : LOCAL ISOLÉ ; $C = 10^4\ kJ \cdot K^{-1}$ (CAPACITÉ THERMIQUE)

INITIALEMENT : $T_f^{(1)} = T_e = 308\,K$

à la FIN : $T_f^{(2)} = 295\,K$

(après 2h)

→ QUESTION : En supposant que le rendement énergétique du moteur électrique du climatiseur est optimal, CALCULER la PUISSANCE ÉLECTRIQUE MOYENNE P reçue par ce climatiseur.



T VARIABLE $\qquad\qquad$ $T_c = T_e$

Sur 1 CYCLE, la baisse de température de la source froide, le local, correspond à la quantité de chaleur $Q_f > 0$ cédée au système (fluide du climatiseur).

Soit dT cette baisse de température.

⇓

$$C\,dT = -Q_f \qquad (dT<0 ;\ Q_f>0)$$

1° PRINCIPE (sur 1 CYCLE) : $\Delta U = 0 = \delta W + Q_c + Q_f$

2° PRINCIPE (sur 1 CYCLE) : $\Delta S = 0 \underset{\text{réversibilité}}{=} \dfrac{Q_f}{T} + \dfrac{Q_c}{T_c} \quad \longrightarrow \quad Q_c = -Q_f \dfrac{T_c}{T}$

⇒

$$\Rightarrow \delta W = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1° PRINCIPE}}}{=} -Q_c - Q_f \underset{\substack{\uparrow \\ Q_c = -Q_f \frac{T_c}{T}}}{=} Q_f\left(\frac{T_c}{T} - 1\right) \underset{\substack{\uparrow \\ Q_f = -c\,dT}}{=} c\,dT - c\,dT\,\frac{T_c}{T}$$

LE TRAVAIL TOTAL W_T fourni au système afin de diminuer la température du local de 308K à 295K vaut, donc :

$$W_T = \int \delta W = \int_{T_f^{(1)}}^{T_f^{(2)}} \left[c\,dT - c\,T_c \frac{dT}{T}\right] =$$

$$= c\left[T_f^{(2)} - T_f^{(1)} - T_c \ln\left(\frac{T_f^{(2)}}{T_f^{(1)}}\right)\right] =$$

$$= 10^4 \left[295 - 308 - 308 \ln\left(\frac{295}{308}\right)\right] = 2823{,}2 \text{ kJ}$$

En supposant que le rendement énergétique du climatiseur est optimal, on en déduit que la puissance moyenne P reçue par le climatiseur est :

$$\boxed{P = \frac{W_T}{\tau} = \frac{2823{,}2 \text{ kJ}}{2 \cdot 3600 \text{ s}} = 392{,}1 \text{ W}}$$

$\tau = 2h$ (DURÉE de TEMPS)