

# Couche limite

Stefano Berti

Unité de Mécanique de Lille  
[stefano.berti@polytech-lille.fr](mailto:stefano.berti@polytech-lille.fr)  
[www.bertistefano.eu](http://www.bertistefano.eu)

# Pertes de charge en conduite

Charge :  $X = p + \rho g z + \frac{\rho u_m^2}{2}$       Pression motrice :  $p_g = p + \rho g z$

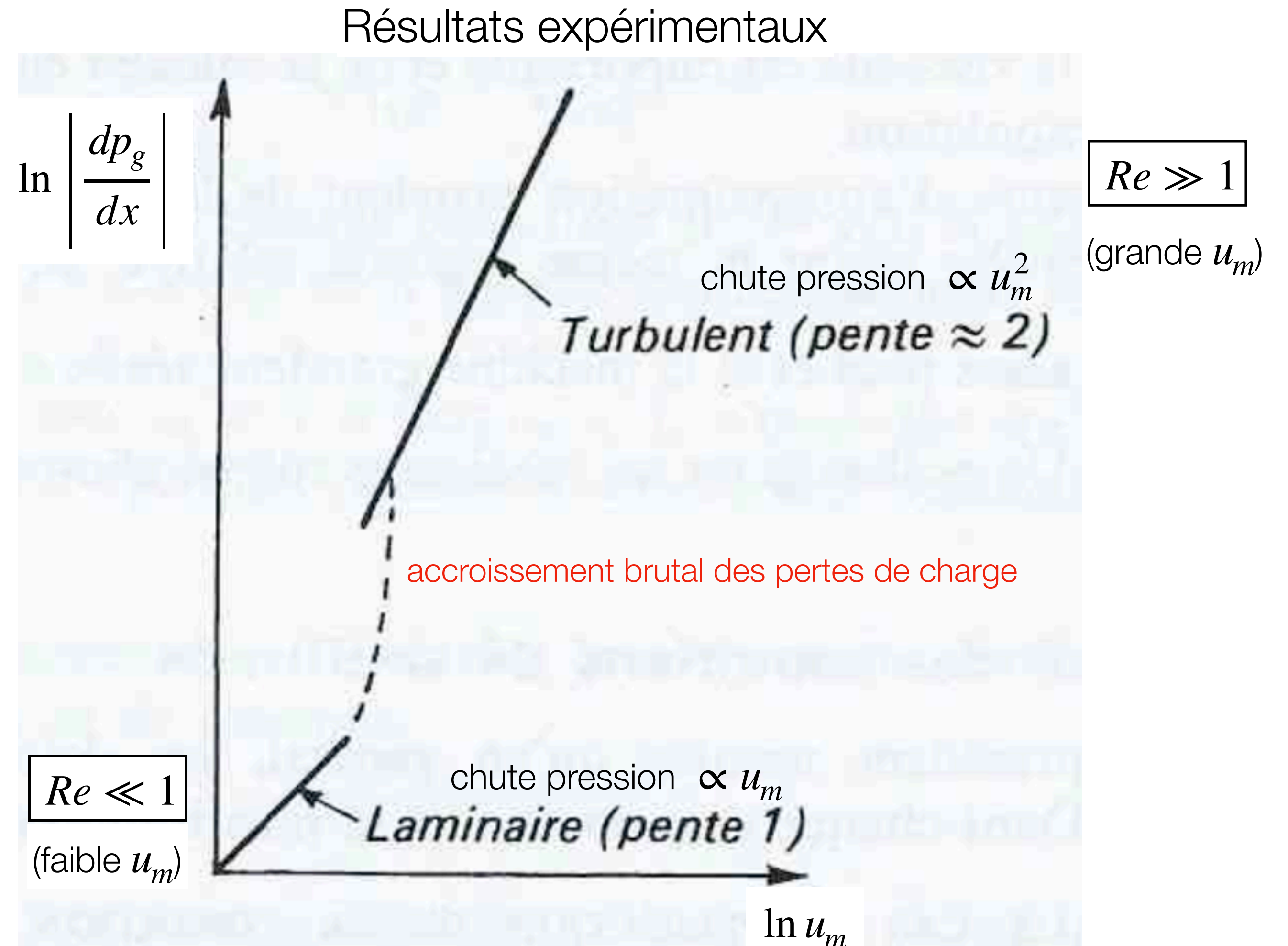
avec  $u_m = q_v/S$  la vitesse moyenne (débitante)

$x$  abscisse le long de la conduite

Perte de charge :  $j = -\frac{1}{\rho g} \frac{dX}{dx} = -\frac{1}{\rho g} \frac{dp_g}{dx}$

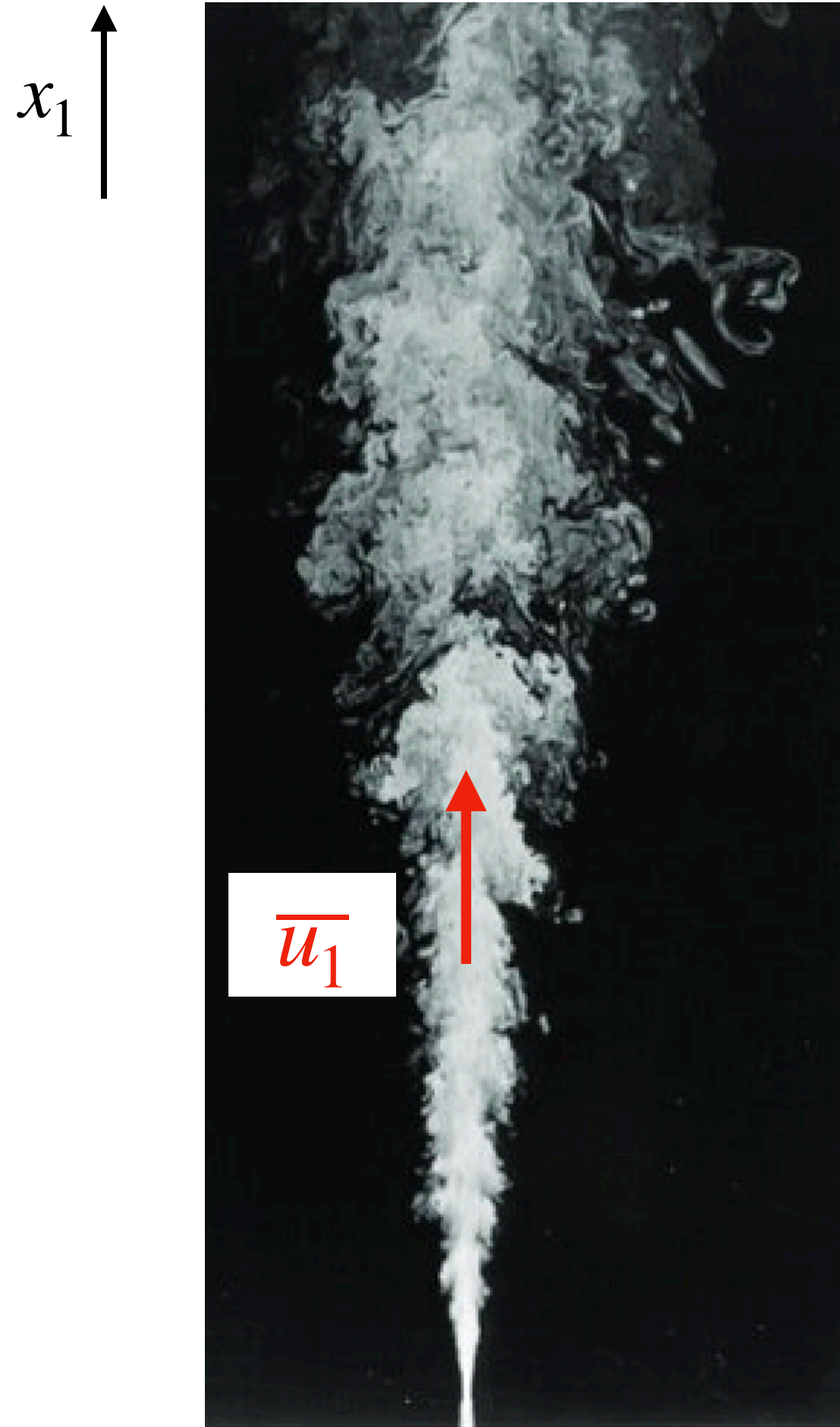
si  $S = \text{const}$  (et, donc  $\rho u_m^2/2 = \text{const}$ )

La predictions de la théorie des fluides visqueux correspondent aux résultats expérimentaux uniquement pour les faible nombres de Reynolds



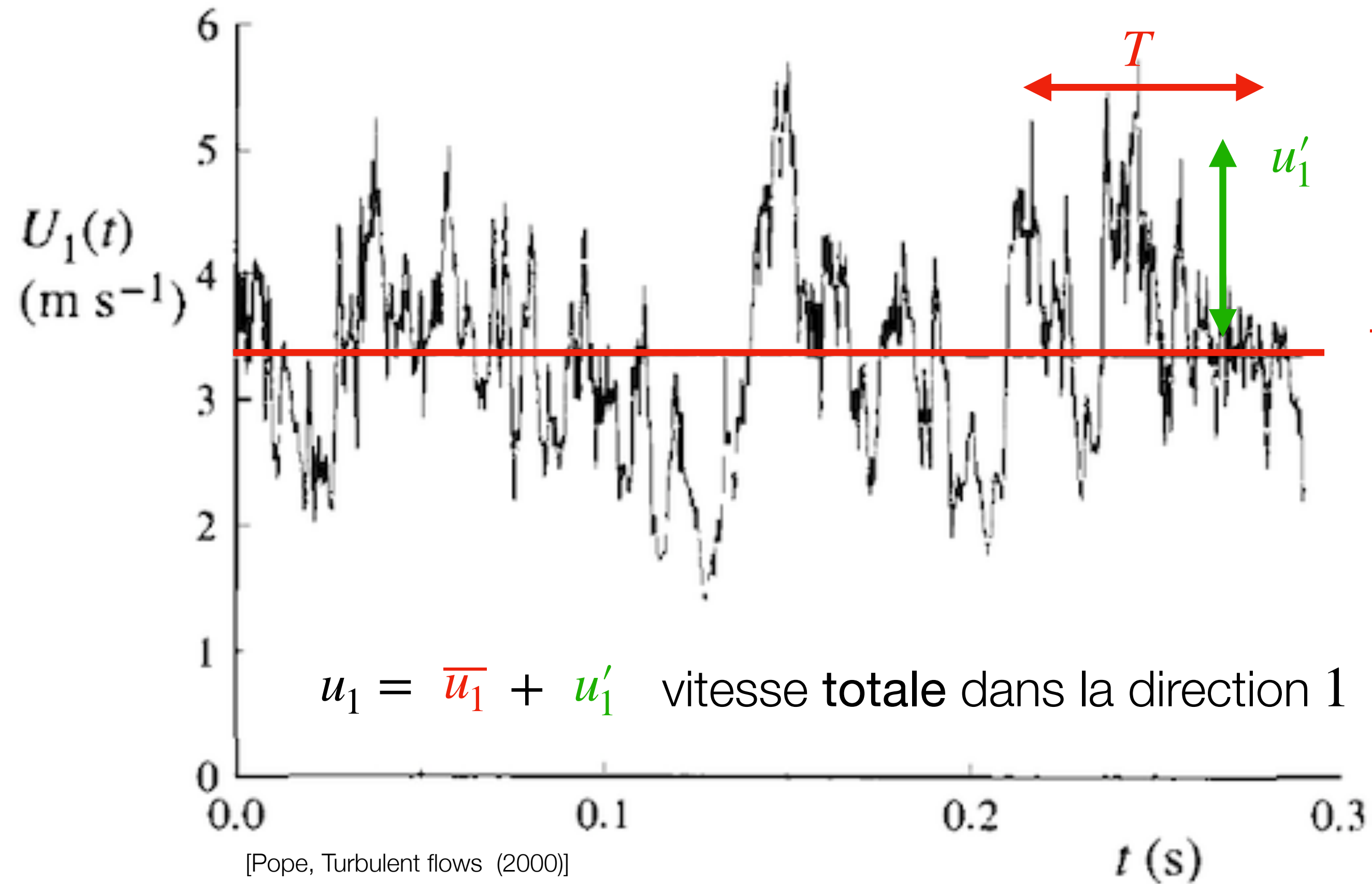
# Fluctuations turbulentes

jet turbulent,  $Re = 10^4$



[Huck, PhD thesis (2017)]

série temporelle de la vitesse axiale au centre d'un jet turbulent  
(p. ex., mais la situation est similaire en conduite)



[Pope, Turbulent flows (2000)]

fluctuation de vitesse dans la direction 1

$\bar{u}_1$  vitesse moyenne dans la direction 1

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_1(t') dt'$$

écoulement laminaire :  $u_i = \text{const}$   $i = 1, 2, 3$

écoulement turbulent :  $u_i = u_i(t)$  ;  $U_i \equiv \bar{u}_i = \text{const}$  (permanent seulement en moyenne)

$u_i(\vec{x}, t)$  désordonnée en espace/temps  $\Rightarrow$  perpétuel échange de petites masses de fluides entre les couches fluides et les pertes d'énergie sont plus importantes que celles que peut expliquer la viscosité

# Ecoulements à grand nombre de Reynolds

$$\nu \neq 0$$

fluides visqueux



$$Re \gg 1 \quad Re < \infty$$

$Re$  grand mais fini

D'un point de vue pratique : grande variété de situations de l'aérodynamique et de l'hydrodynamique...

1. Voiture :  $V = 90 \text{ km/h}$ ;  $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (air);  $L = 1,5 \text{ m}$   $\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 2,5 \cdot 10^6$

2. Avion de ligne (gros porteur) :

$$V = 300 \text{ km/h}; \text{ (au décollage)}$$

$$\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 50 \cdot 10^6$$

$$\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (air); } L = 9 \text{ m} \text{ (corde moyenne)}$$

3. Navire de plaisance :  $V = 21,6 \text{ km/h}$ ;  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (eau);  $L = 10 \text{ m}$  (longueur)  $\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 60 \cdot 10^6$

# Ecoulements à grand nombre de Reynolds

$$\nu \neq 0$$

fluides visqueux



$$Re \gg 1 \quad Re < \infty$$

$Re$  grand mais fini

D'un point de vue pratique : grande variété de situations de l'aérodynamique et de l'hydrodynamique...

1. Voiture :  $V = 90 \text{ km/h}$ ;  $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (air);  $L = 1,5 \text{ m}$   $\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 2,5 \cdot 10^6$

2. Avion de ligne (gros porteur) :

$$V = 300 \text{ km/h}; \text{ (au décollage)}$$

$$\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 50 \cdot 10^6$$

$$\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (air); } L = 9 \text{ m} \text{ (corde moyenne)}$$

3. Navire de plaisance :  $V = 21,6 \text{ km/h}$ ;  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (eau);  $L = 10 \text{ m}$  (longueur)  $\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 60 \cdot 10^6$

$Re$  très grand  $\implies$  forces d'inertie  $\gg$  forces visqueuses?

# Écoulements à grand nombre de Reynolds

$$\nu \neq 0$$

fluides visqueux



$$Re \gg 1 \quad Re < \infty$$

$Re$  grand mais fini

D'un point de vue pratique : grande variété de situations de l'aérodynamique et de l'hydrodynamique...

1. Voiture :  $V = 90 \text{ km/h}$ ;  $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (air);  $L = 1,5 \text{ m}$   $\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 2,5 \cdot 10^6$

2. Avion de ligne (gros porteur) :

$$V = 300 \text{ km/h}; \text{ (au décollage)}$$

$$\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 50 \cdot 10^6$$

$$\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (air); } L = 9 \text{ m} \text{ (corde moyenne)}$$

3. Navire de plaisance :  $V = 21,6 \text{ km/h}$ ;  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (eau);  $L = 10 \text{ m}$  (longueur)  $\Rightarrow Re = \frac{VL}{\nu} = 60 \cdot 10^6$

$Re$  très grand  $\implies$  forces d'inertie  $\gg$  forces visqueuses?

Seulement partiellement vrai

# Localisation des effets visqueux

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad \text{est une quantité globale}$$

Donc il ne permet pas de juger du rapport des forces d'inertie et de viscosité localement (en tout point de l'écoulement)

Contrainte visqueuse :

$$\tau_{ij} = 2\eta D_{ij} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

composantes du vecteur vitesse :  $u_i \quad i = 1, 2, 3$

tenseur des taux de déformation :  $D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

# Localisation des effets visqueux

$Re = \frac{VL}{\nu}$  est une quantité globale

Donc il ne permet pas de juger du rapport des forces d'inertie et de viscosité localement (en tout point de l'écoulement)

Contrainte visqueuse :

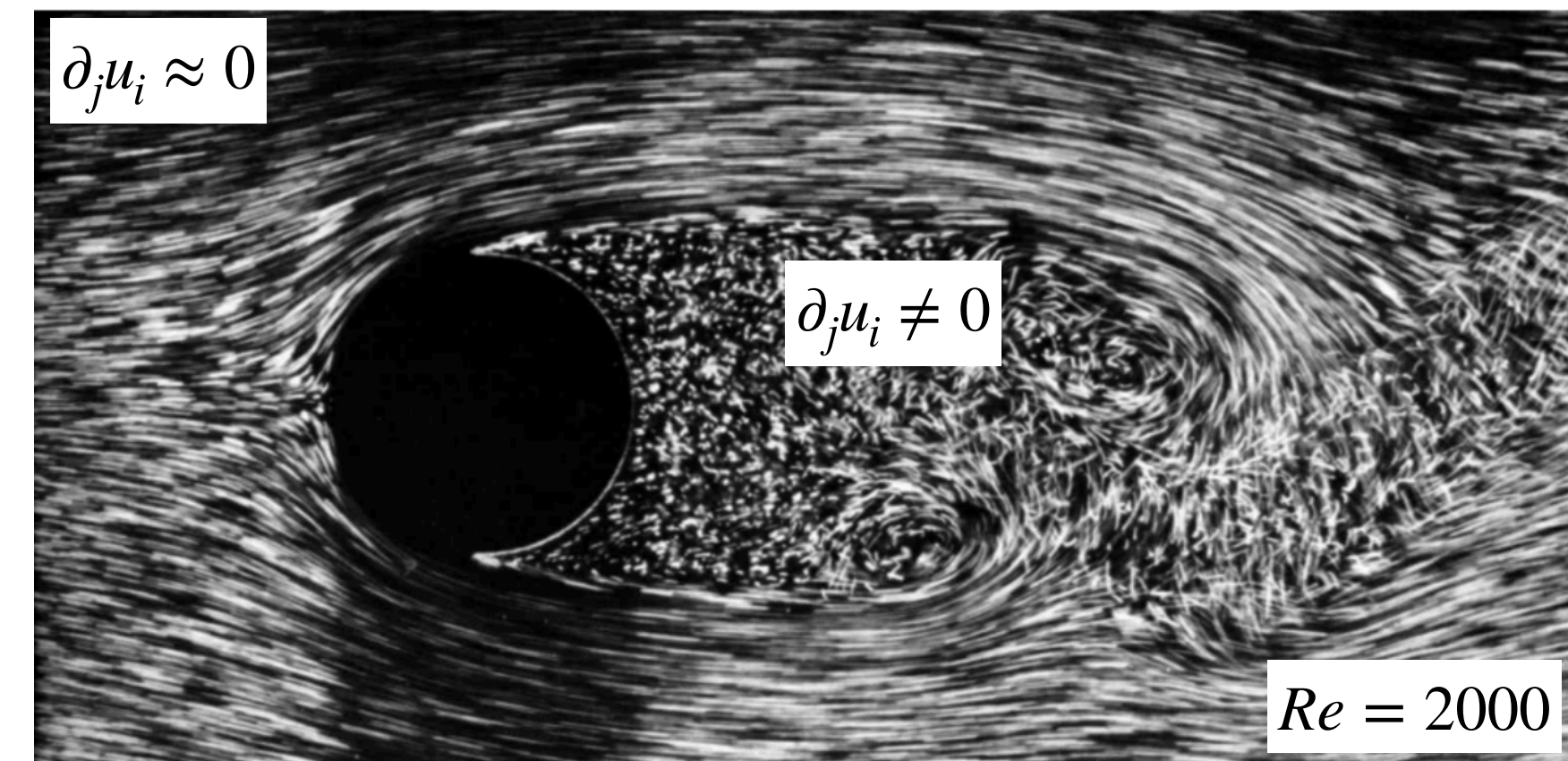
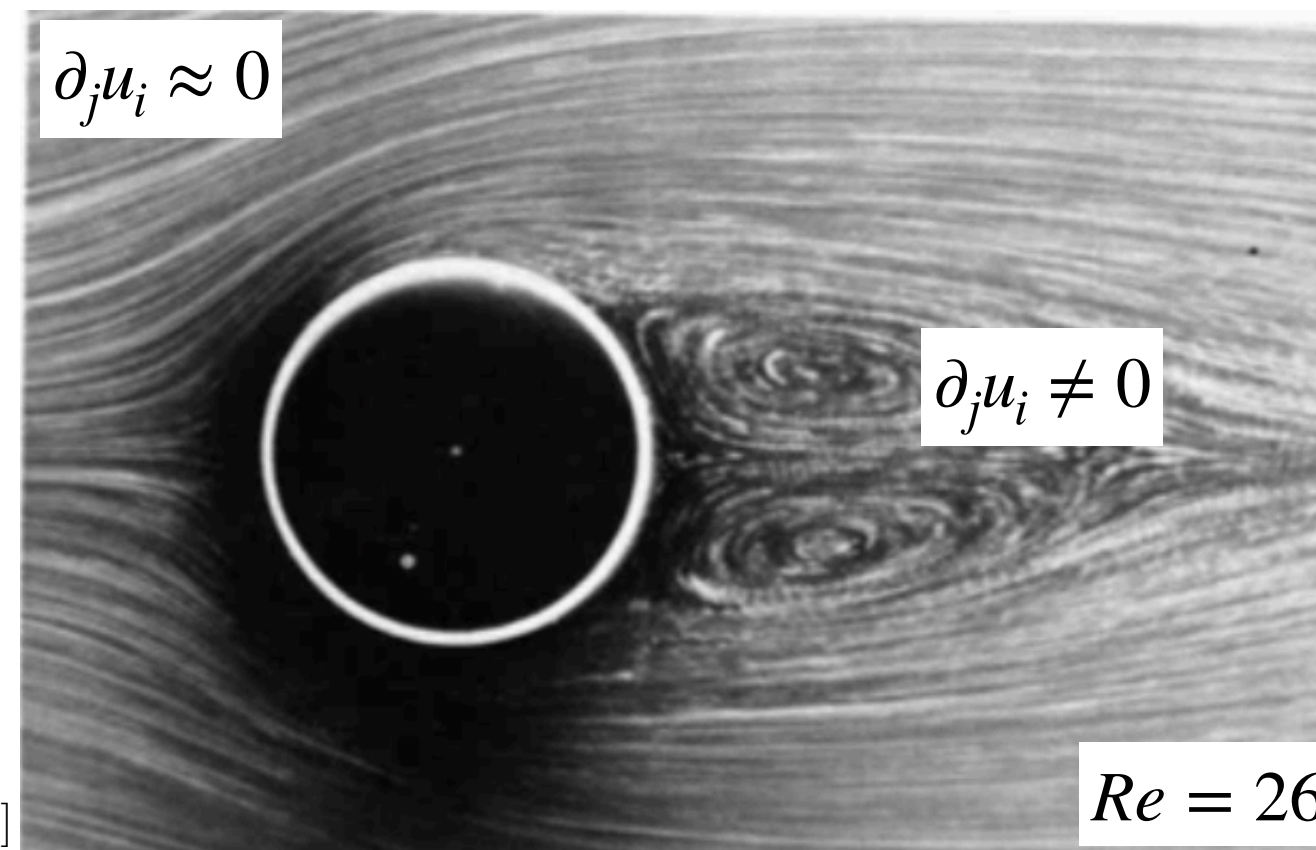
$$\tau_{ij} = 2\eta D_{ij} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

composantes du vecteur vitesse :  $u_i \quad i = 1, 2, 3$

tenseur des taux de déformation :  $D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

$\eta = \text{const}$  dans le fluide mais

$D_{ij}$  varie dans le champ de l'écoulement



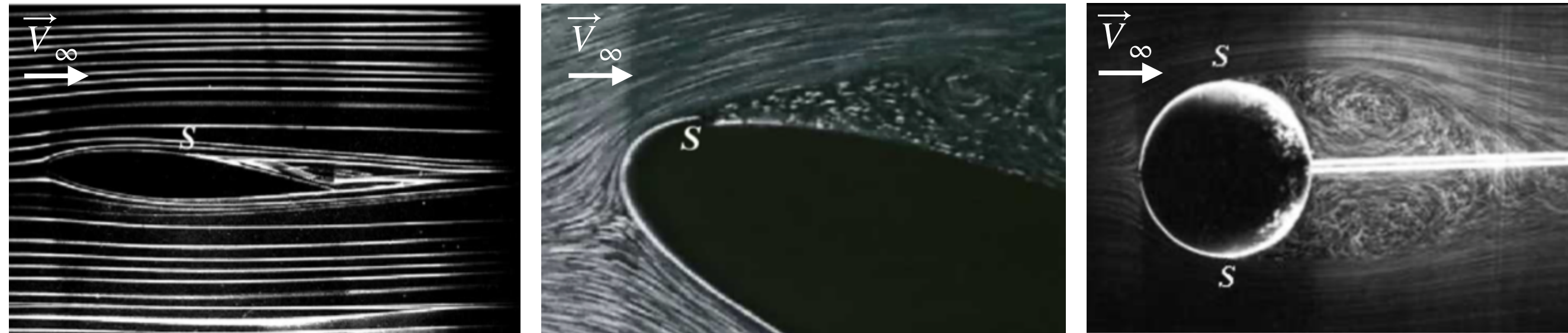


# Localisation des effets visqueux

Il s'agit de savoir, à grand nombre de Reynolds, où les forces de viscosité dominent (sur celles d'inertie)

$$\tau_{ij} = 2\eta D_{ij} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \implies \text{régions où les gradients de vitesse } \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \text{ sont importants}$$

Les expériences permettent de localiser ces régions :



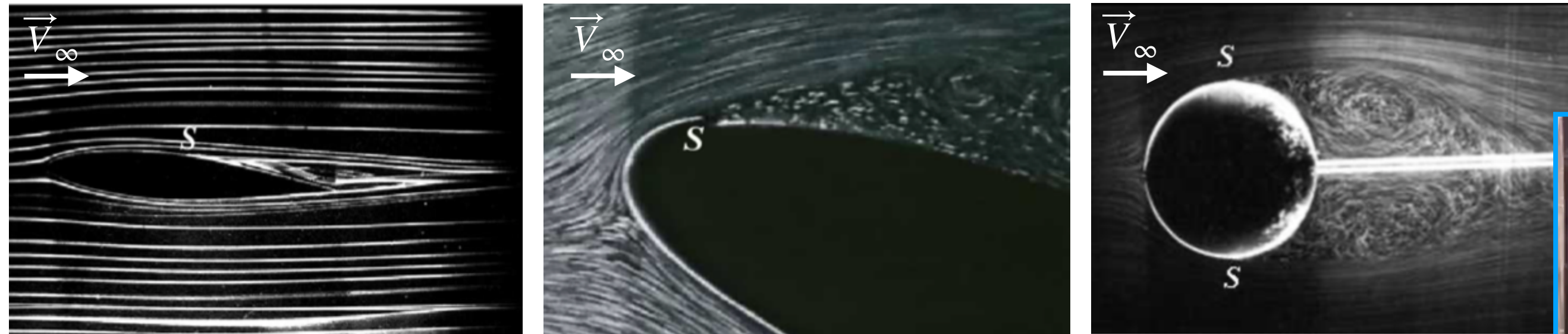
Visualisations des écoulements autour d'obstacles différents;  
 $S$  : point de séparation

# Localisation des effets visqueux

Il s'agit de savoir, à grand nombre de Reynolds, où les forces de viscosité dominent (sur celles d'inertie)

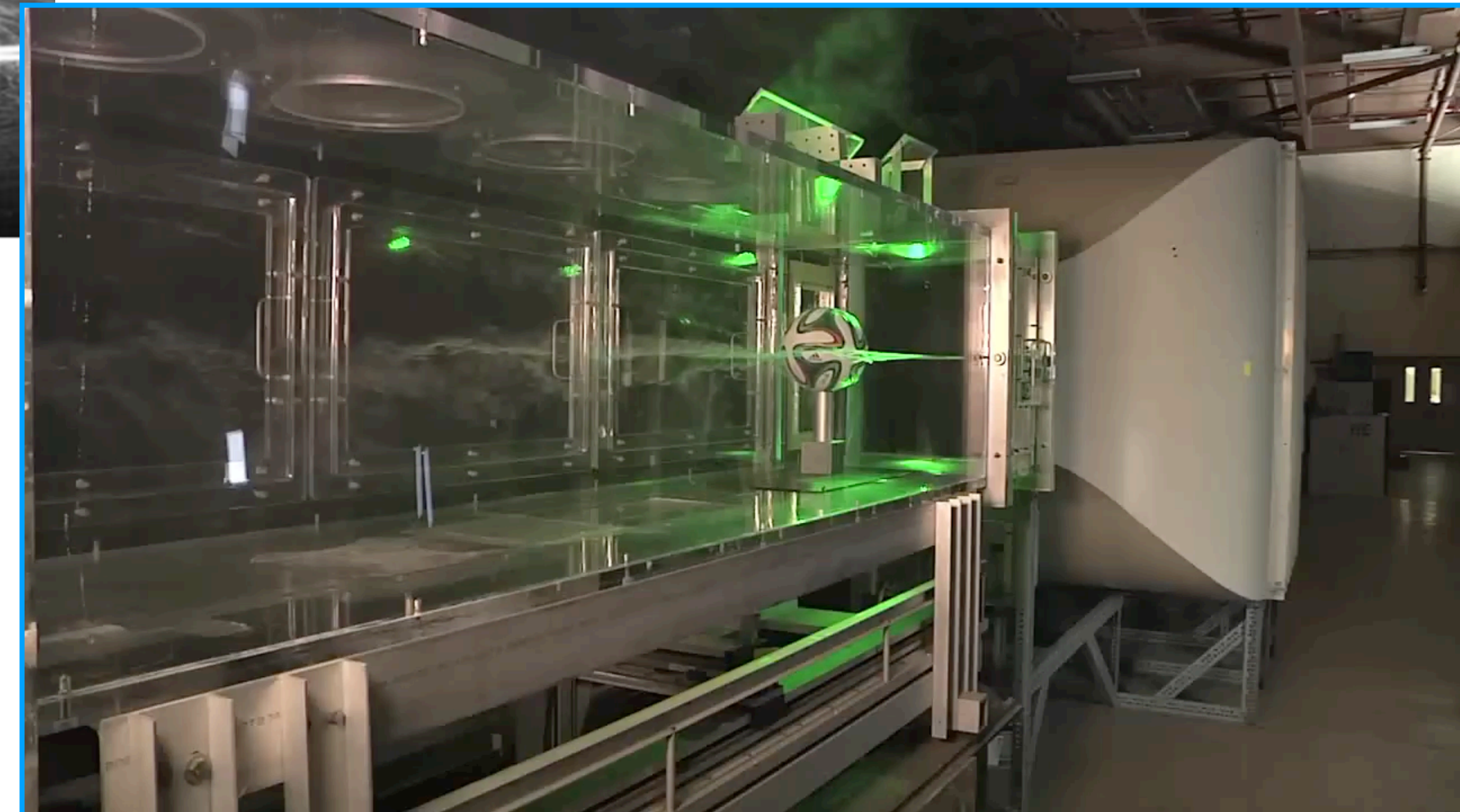
$$\tau_{ij} = 2\eta D_{ij} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \implies \text{régions où les gradients de vitesse } \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \text{ sont importants}$$

Les expériences permettent de localiser ces régions :



Visualisations des écoulements autour d'obstacles (profilés) différents;  
 $S$  : point de séparation

Même à proximité de l'obstacle, l'écoulement conserve une **direction d'advection privilégiée**, le transport de masse du fluide reste voisin de celui imposé par le mouvement à l'infini, à la perturbation près associée à la présence de l'obstacle



# Localisation des effets visqueux

Caractéristiques de la perturbation, quand  $Re$  (global) est grand :

- (i) La variation spatiale de vitesse entre l'obstacle et le fluide à l'infini se concentre dans des **regions particulières à forts gradients**.
- (ii) Ces régions sont localisées à **proximité immédiate de la paroi et dans le sillage** en aval de l'obstacle. Elles correspondent aux **zones d'influence de la viscosité**.
- (iii) Si  $Re$  croît, alors l'épaisseur relative de la zone d'influence de la viscosité  $\delta$  décroît.

Cette region pariétale s'appelle **couche limite dynamique**

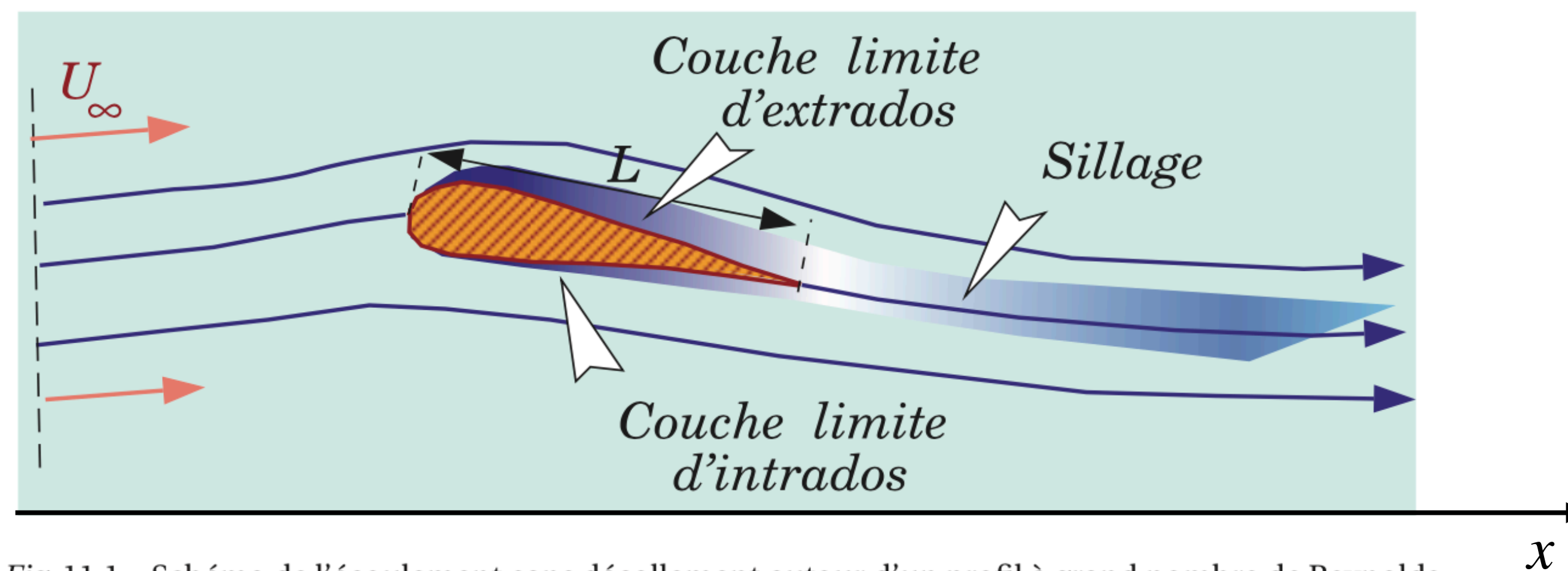


Fig. 11.1 – Schéma de l'écoulement sans décollement autour d'un profil à grand nombre de Reynolds.

# Etude de la couche limite

Un de buts : calcul du **coefficient de frottement** sur la paroi solide

et, par extension : calcul des **pertes de charge** en conduite en **écoulement turbulent**

Ici : couche limite bidimensionnelle (2D)

mais dans certaines applications (p. ex. turbomachines) la paroi peut être mobile dans son plan (en direction  $\neq x$ )  
 $\Rightarrow w \neq 0$  et la couche limite devient tridimensionnelle (3D)

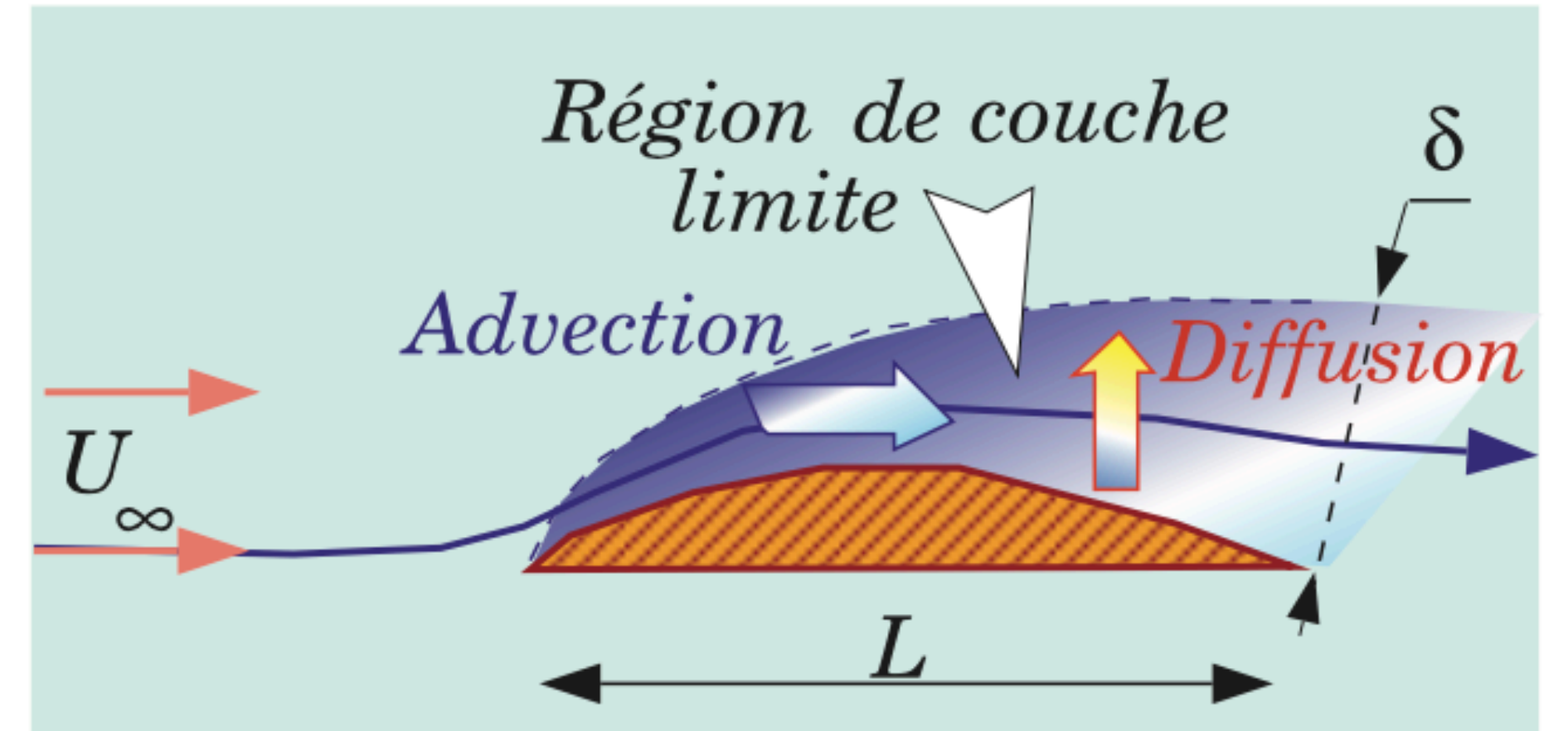
Les mécanismes fins de la dynamique turbulente ne sont pas complètement connus

Leur étude nécessite des approches statistiques (pas traitées ici)

Il est souvent utile/nécessaire de faire des **raisonnement semi-empiriques**

# Analyse qualitative : bilan advection-diffusion

Mécanismes agissant sur une particule fluide en mouvement dans la couche limite : advection (i), diffusion (ii)



*Fig. 11.3* – Advection – Diffusion de quantité de mouvement en région de couche limite.

[P. Chassaing, Mécanique des fluides]

# Analyse qualitative : bilan advection-diffusion

Mécanismes agissant sur une particule fluide en mouvement dans la couche limite : advection (i), diffusion (ii)

(i) **Advection**. Elle s'effectue dans le sens imposé par les conditions à l'infini le long des lignes de courant ne s'éloignant que faiblement de la géométrie de l'obstacle.

échelle de temps du transport advectif  $T_a \sim \frac{L}{U_\infty}$

(ii) **Diffusion**. A cause de la présence de l'obstacle, il existe un *déficit*, ou *puit*, de quantité de mouvement pour le fluide. Cette condition, imposée à la paroi, diffuse au delà dans tout l'écoulement, avec une diffusivité donnée par la viscosité cinématique  $\nu$  du fluide.

échelle de temps du transfert diffusait de quantité de mouvement  $T_d \sim \frac{\delta^2}{\nu}$  [Remarque :  $\nu \sim L^2 t^{-1}$ ]

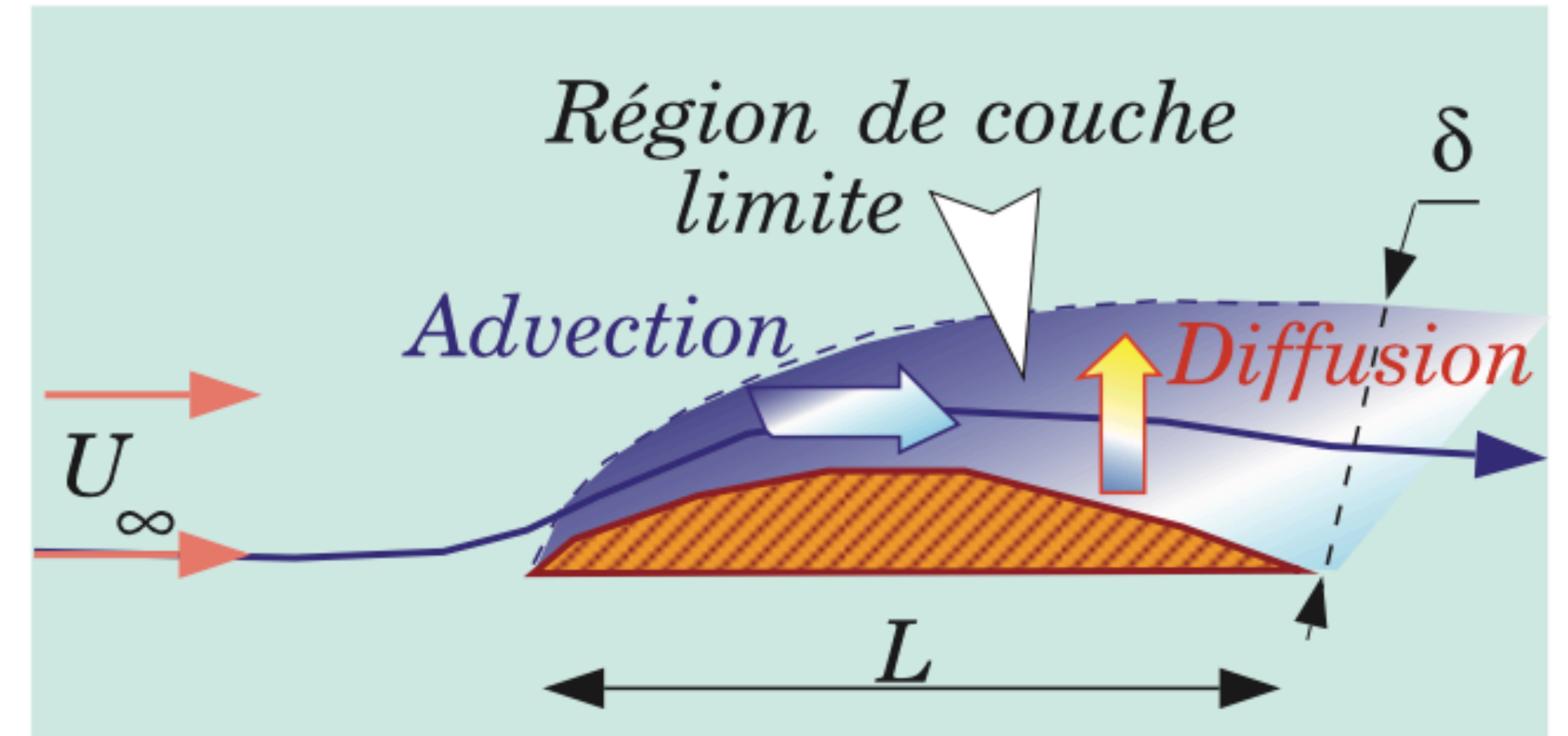


Fig. 11.3 – Advection – Diffusion de quantité de mouvement en région de couche limite.

[P. Chassaing, Mécanique des fluides]

# Analyse qualitative : bilan advection-diffusion

Mécanismes agissant sur une particule fluide en mouvement dans la couche limite : advection (i), diffusion (ii)

(i) **Advection**. Elle s'effectue dans le sens imposé par les conditions à l'infini le long des lignes de courant ne s'éloignant que faiblement de la géométrie de l'obstacle.

échelle de temps du transport advectif  $T_a \sim \frac{L}{U_\infty}$

(ii) **Diffusion**. A cause de la présence de l'obstacle, il existe un *déficit*, ou *puit*, de quantité de mouvement pour le fluide. Cette condition, imposée à la paroi, diffuse au delà dans tout l'écoulement, avec une diffusivité donnée par la viscosité cinématique  $\nu$  du fluide.

échelle de temps du transfert diffusait de quantité de mouvement  $T_d \sim \frac{\delta^2}{\nu}$  [Remarque :  $\nu \sim L^2 t^{-1}$ ]

Ces 2 processus se produisent à la même échelle de temps  $\implies T_a \sim T_d \iff \frac{L}{U_\infty} \sim \frac{\delta^2}{\nu} \implies \boxed{\frac{\delta}{L} \sim \sqrt{\frac{\nu}{U_\infty L}}}$  épaisseur relative de couche limite

$\implies \left( \frac{\delta}{L} \sim Re^{-1/2} \right)$  (si  $Re$  croît, alors  $\delta$  décroît)

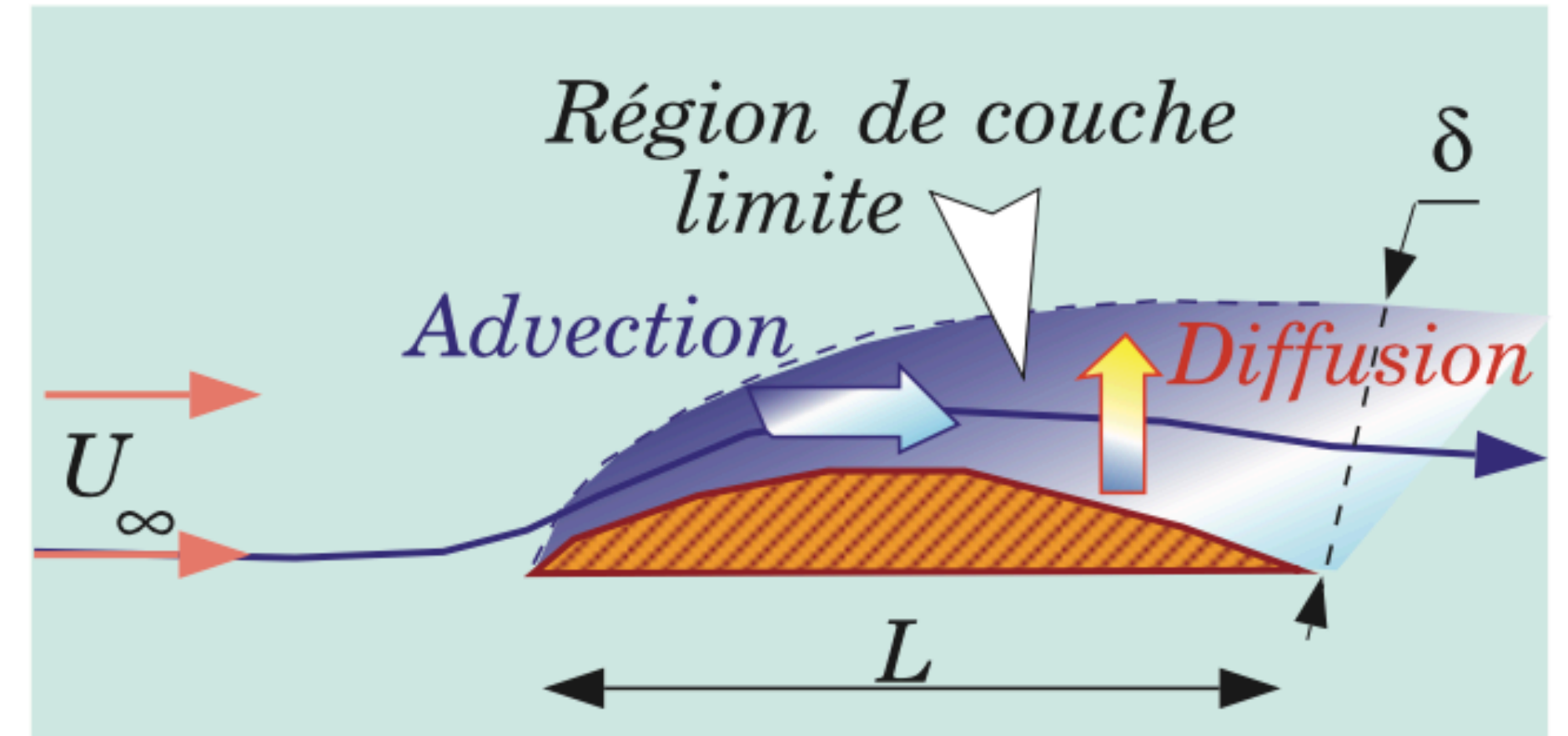


Fig. 11.3 – Advection – Diffusion de quantité de mouvement en région de couche limite.

[P. Chassaing, Mécanique des fluides]

# Analyse qualitative : bilan advection-diffusion

Mécanismes agissant sur une particule fluide en mouvement dans la couche limite : advection (i), diffusion (ii)

(i) **Advection**. Elle s'effectue dans le sens imposé par les conditions à l'infini le long des lignes de courant ne s'éloignant que faiblement de la géométrie de l'obstacle.

échelle de temps du transport advectif  $T_a \sim \frac{L}{U_\infty}$

(ii) **Diffusion**. A cause de la présence de l'obstacle, il existe un *déficit*, ou *puit*, de quantité de mouvement pour le fluide. Cette condition, imposée à la paroi, diffuse au delà dans tout l'écoulement, avec une diffusivité donnée par la viscosité cinématique  $\nu$  du fluide.

échelle de temps du transfert diffusait de quantité de mouvement  $T_d \sim \frac{\delta^2}{\nu}$  [Remarque :  $\nu \sim L^2 t^{-1}$ ]

Ces 2 processus se produisent à la même échelle de temps  $\Rightarrow T_a \sim T_d \Leftrightarrow \frac{L}{U_\infty} \sim \frac{\delta^2}{\nu} \Rightarrow \frac{\delta}{L} \sim \sqrt{\frac{\nu}{U_\infty L}}$  épaisseur relative de couche limite

$\Rightarrow \frac{\delta}{L} \sim Re^{-1/2}$  (si  $Re$  croît, alors  $\delta$  décroît)

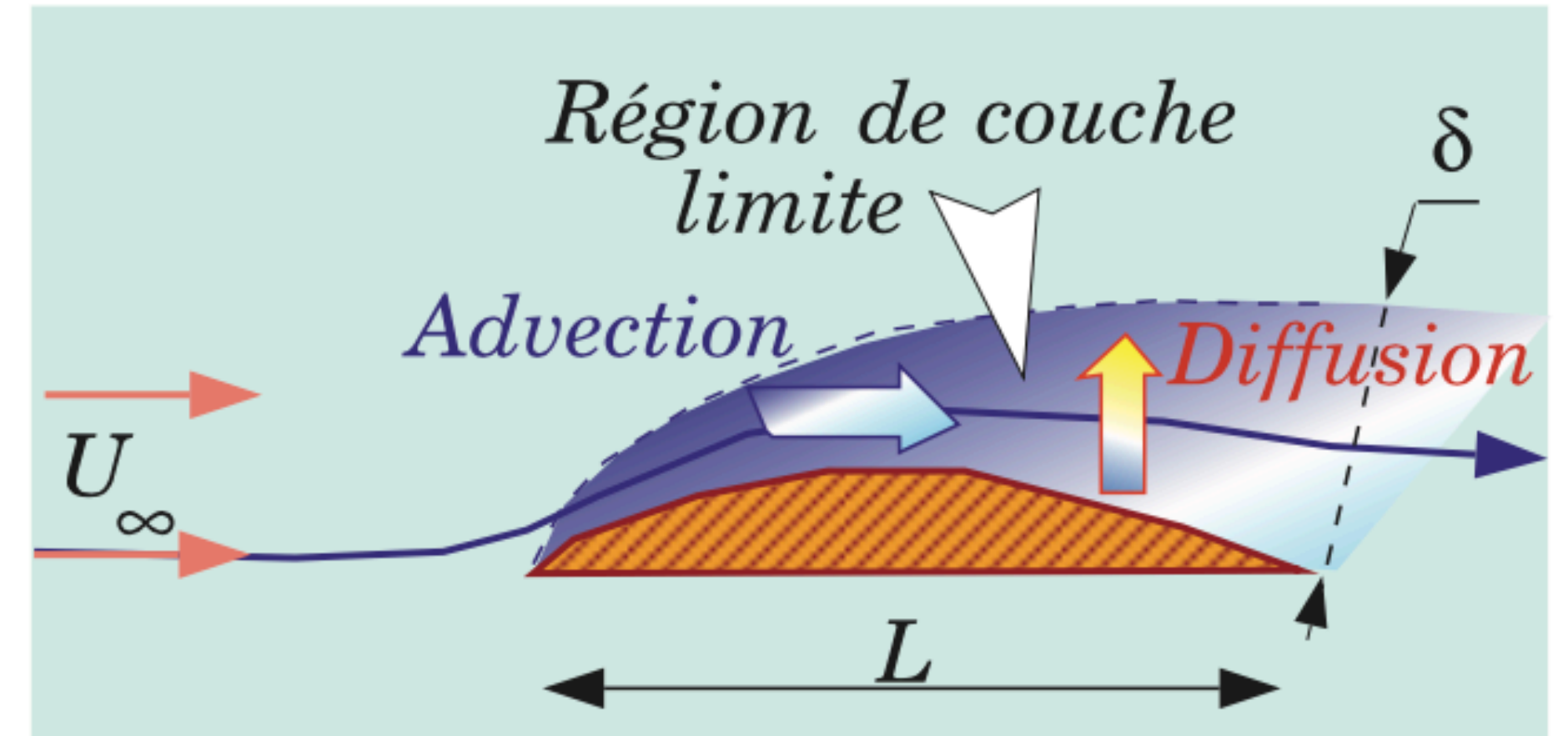


Fig. 11.3 – Advection – Diffusion de quantité de mouvement en région de couche limite.

[P. Chassaing, Mécanique des fluides]

1. Voiture :  $Re = 2,5 \cdot 10^6$ ;  $\delta/L = 0,63 \cdot 10^{-3}$ ;  $L = 1,5$  m;  $\delta \simeq 0,9$  mm
2. Avion :  $Re = 50 \cdot 10^6$ ;  $\delta/L = 0,14 \cdot 10^{-3}$ ;  $L = 9$  m;  $\delta \simeq 1,2$  mm
3. Navire :  $Re = 60 \cdot 10^6$ ;  $\delta/L = 0,13 \cdot 10^{-3}$ ;  $L = 10$  m;  $\delta \simeq 1,3$  mm



# Analyse qualitative : bilan advection-diffusion

Mécanismes agissant sur une particule fluide en mouvement dans la couche limite : advection (i), diffusion (ii)

(i) **Advection**. Elle s'effectue dans le sens imposé par les conditions à l'infini le long des lignes de courant ne s'éloignant que faiblement de la géométrie de l'obstacle.

échelle de temps du transport advectif  $T_a \sim \frac{L}{U_\infty}$

(ii) **Diffusion**. A cause de la présence de l'obstacle, il existe un déficit, ou puit, de quantité de mouvement pour le fluide. Cette condition, imposée à la paroi, diffuse au delà dans tout l'écoulement, avec une diffusivité donnée par la viscosité cinématique  $\nu$  du fluide.

échelle de temps du transfert diffusait de quantité de mouvement  $T_d \sim \frac{\delta^2}{\nu}$  [Remarque :  $\nu \sim L^2 t^{-1}$ ]

Ces 2 processus se produisent à la même échelle de temps  $\Rightarrow T_a \sim T_d \Leftrightarrow \frac{L}{U_\infty} \sim \frac{\delta^2}{\nu} \Rightarrow \boxed{\frac{\delta}{L} \sim \sqrt{\frac{\nu}{U_\infty L}}}$  épaisseur relative de couche limite

$\Rightarrow \left( \frac{\delta}{L} \sim Re^{-1/2} \right)$  (si  $Re$  croît, alors  $\delta$  décroît)

Remarque : Estimations basées sur la seule diffusion visqueuse, donc valables en **régime laminaire**. La couche limite est souvent turbulente, ce qui accroît les mécanismes de diffusion et donne des valeurs d'épaisseurs plus grandes.

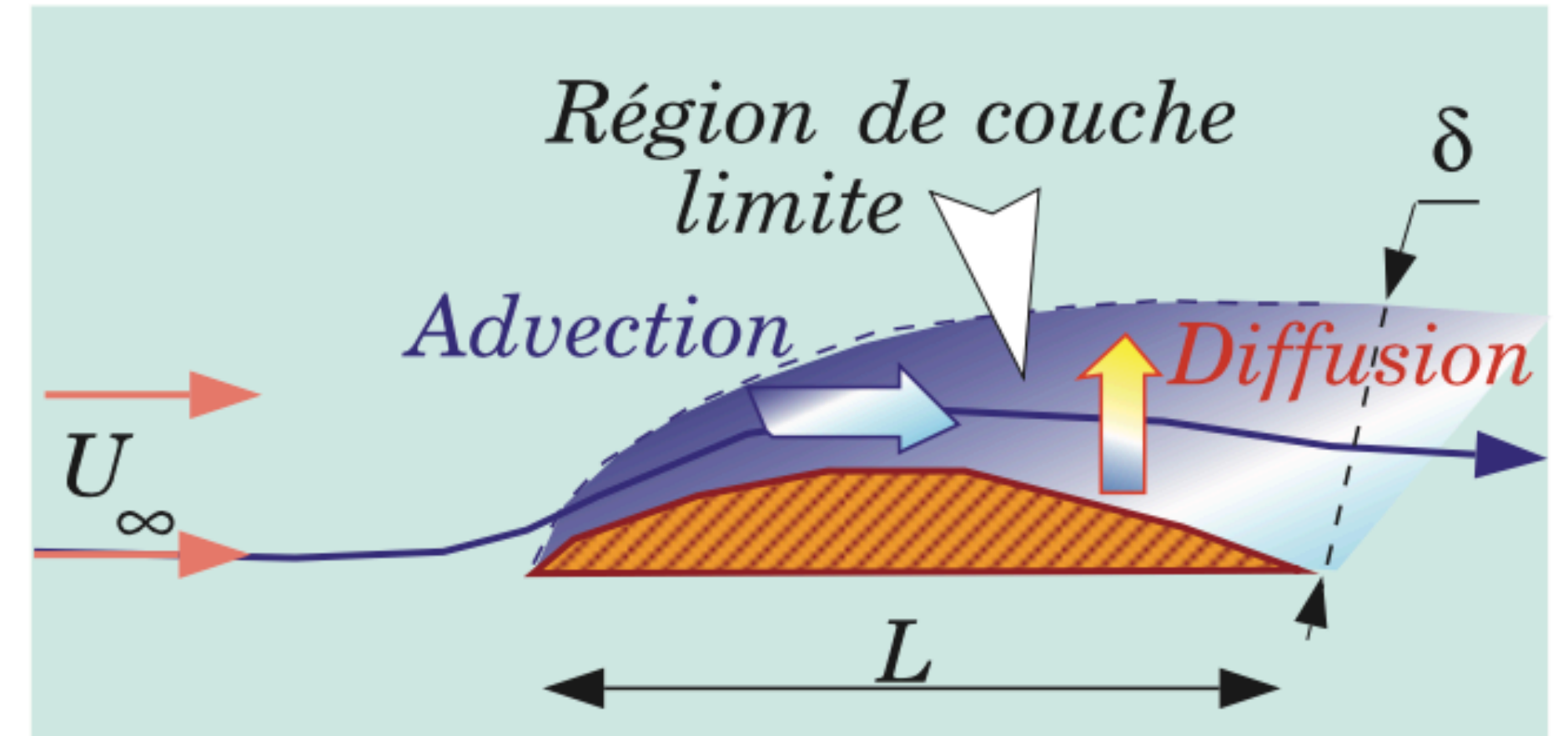
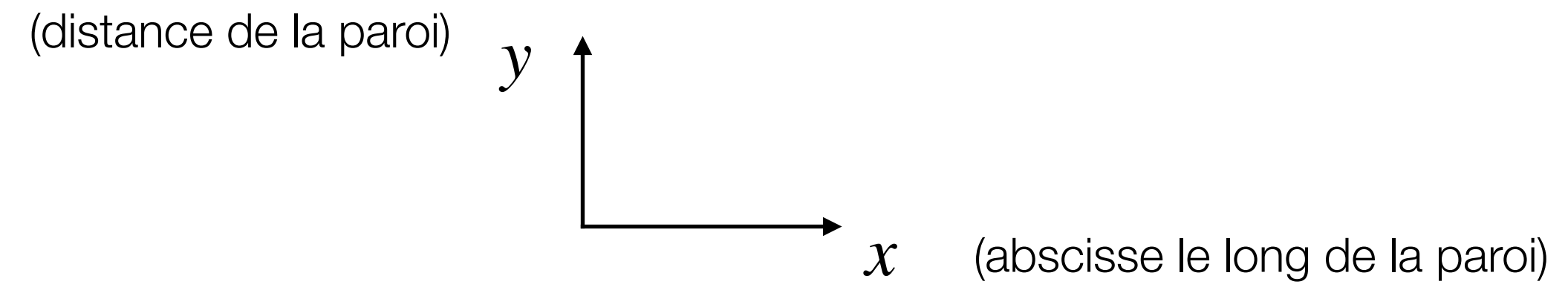
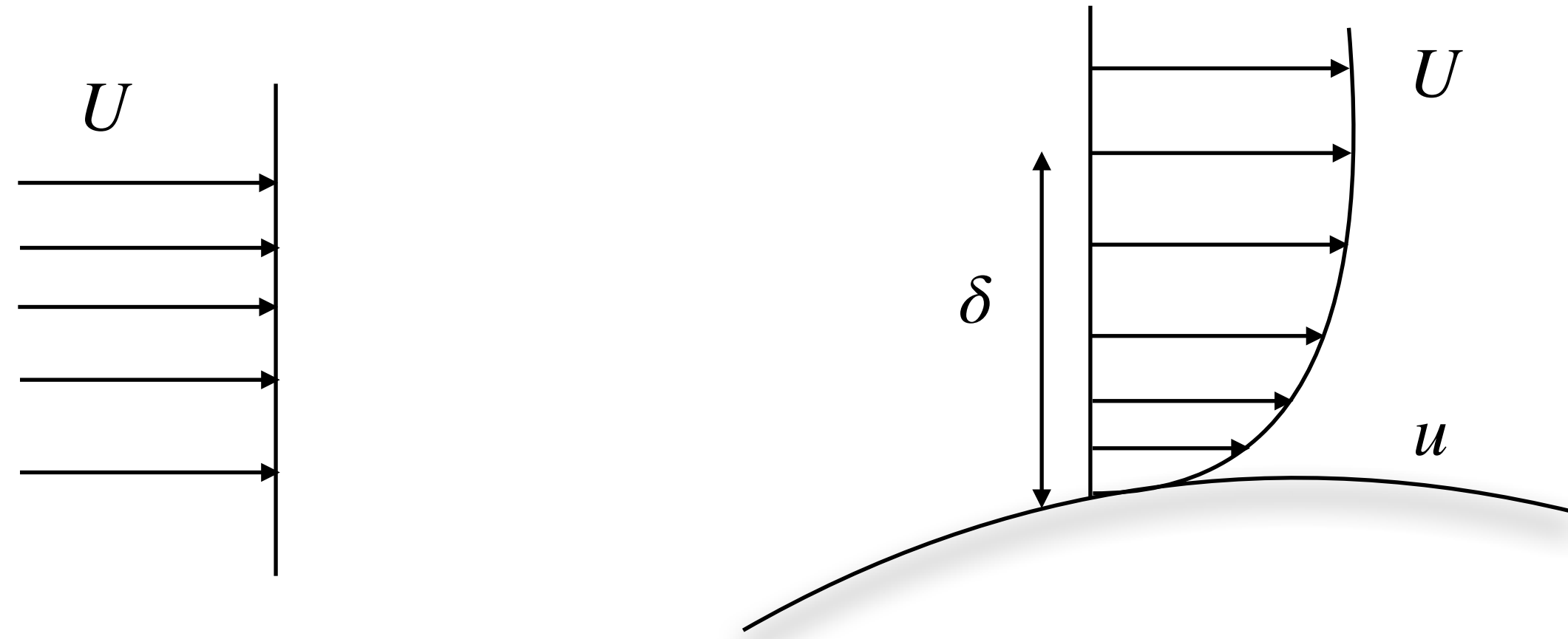


Fig. 11.3 – Advection – Diffusion de quantité de mouvement en région de couche limite.

[P. Chassaing, Mécanique des fluides]

1. Voiture :  $Re = 2,5 \cdot 10^6$ ;  $\delta/L = 0,63 \cdot 10^{-3}$ ;  $L = 1,5$  m;  $\delta \simeq 0,9$  mm
2. Avion :  $Re = 50 \cdot 10^6$ ;  $\delta/L = 0,14 \cdot 10^{-3}$ ;  $L = 9$  m;  $\delta \simeq 1,2$  mm
3. Navire :  $Re = 60 \cdot 10^6$ ;  $\delta/L = 0,13 \cdot 10^{-3}$ ;  $L = 10$  m;  $\delta \simeq 1,3$  mm

# Quelques définitions d'épaisseur



1. Epaisseur conventionnelle :

$$\delta(x) \text{ telle que } u(x, \delta(x)) = 0,99 U$$

2. Epaisseur de déplacement :

$$\delta_1 \equiv \delta^* = \int_0^{\delta} \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy$$

2. Epaisseur de quantité de mouvement :

$$\delta_2 \equiv \theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy$$

$$\text{Facteur de forme : } H = \frac{\delta^*}{\theta}$$

$H$  prends des valeurs différentes selon la nature laminaire/turbulente de l'écoulement dans la couche limite.

Pour une plaque plane :  $H = 2,6$  (c.l. laminaire);  
 $H = 1,3$  (c.l. turbulente).

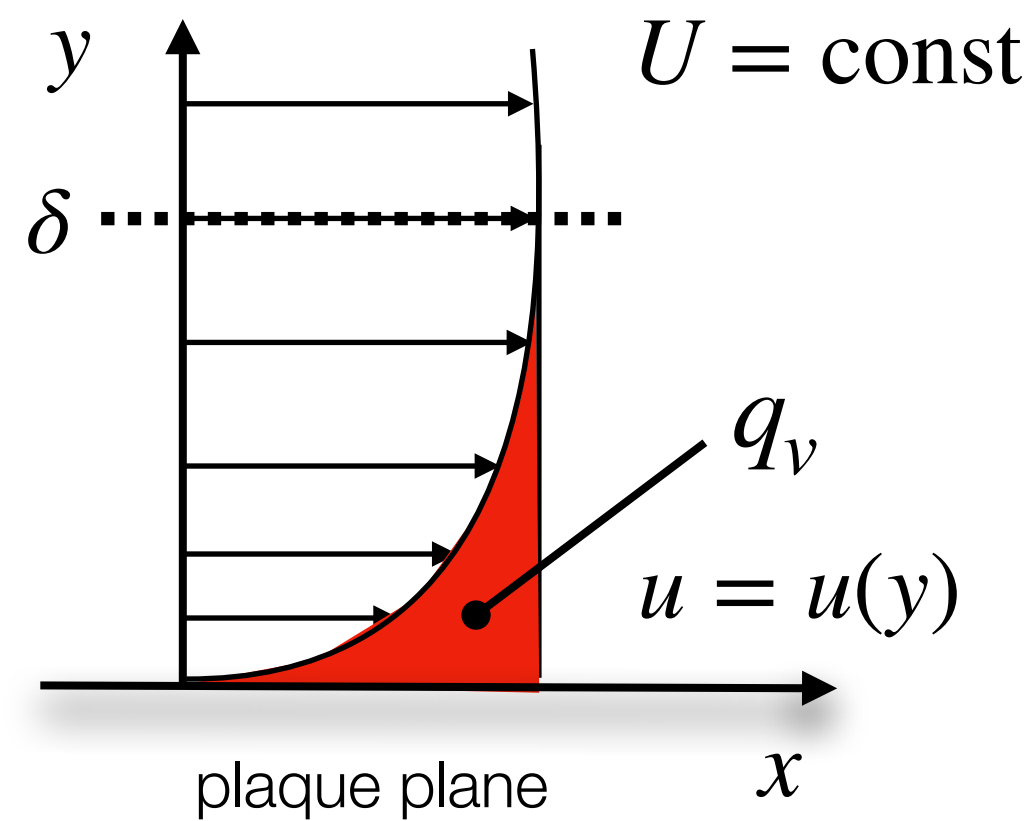
En présence d'un gradient de pression adverse :  
décollement pour  $H \geq 4$ .

# Précisions sur l'épaisseur de déplacement

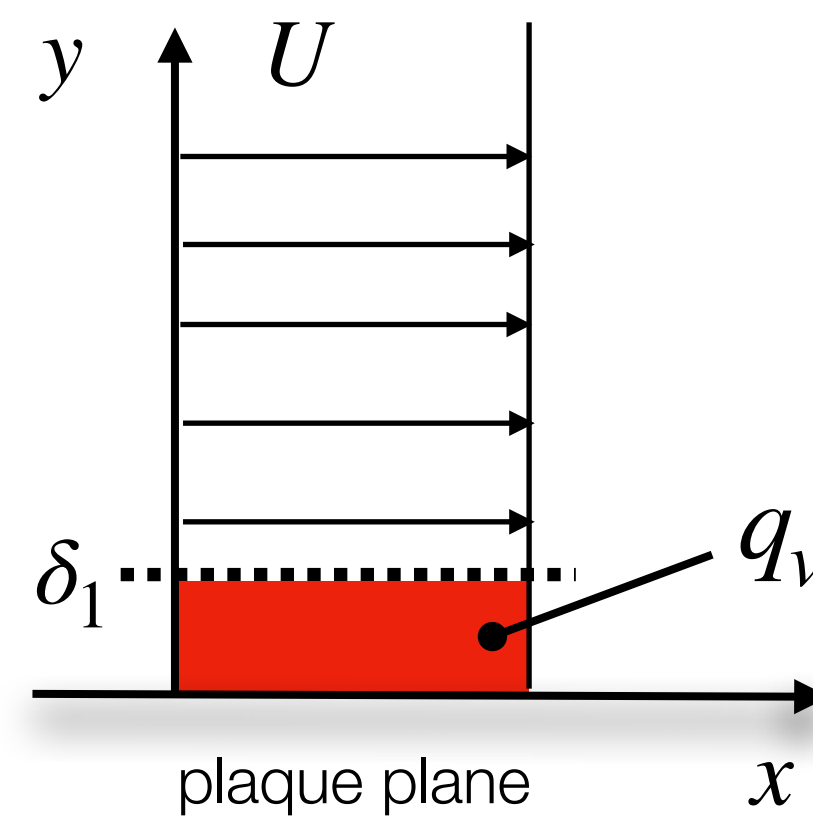
$$q_v = \int_0^{\delta} (U - u) dy \quad \text{débit volume qui manque par unité de profondeur}$$

$$\delta_1 : q_v = U \delta_1 \implies \delta_1 = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

profil de vitesse réel



profil de vitesse abstrait équivalent



2 situations avec même défaut de débit  $q_v$

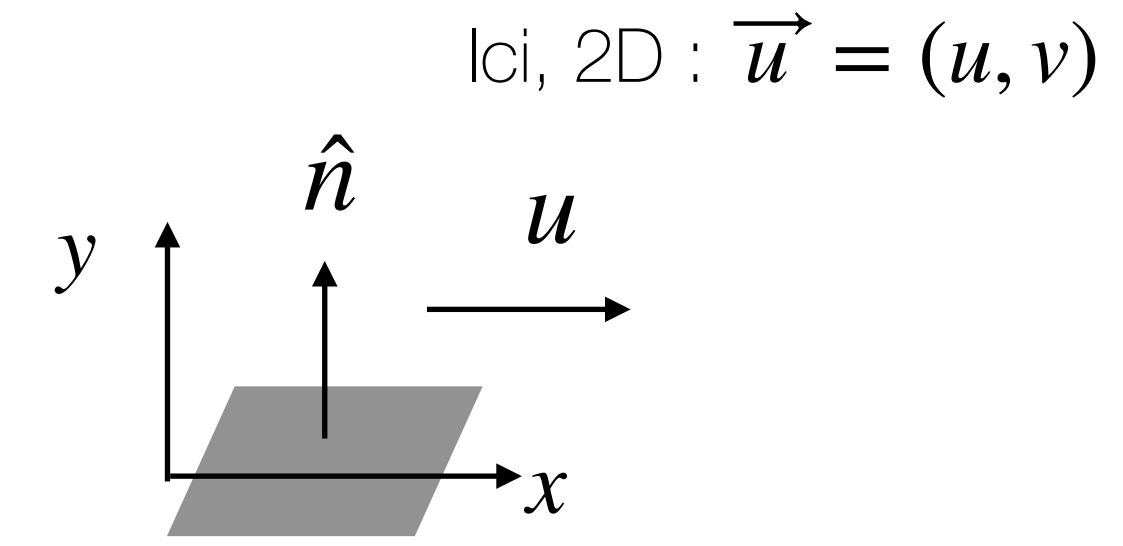
# Frottement local

Contrainte visqueuse :  $\tau_{ij} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = 2\eta D_{ij}$  avec  $D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \partial_j u_i + \partial_i u_j \right)$  le tenseur des taux de déformation

# Frottement local

Contrainte visqueuse :  $\tau_{ij} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

$u = u(y)$  const le long de  $x \Rightarrow \tau = \eta \begin{pmatrix} 2 \partial_x u & \partial_y u + \partial_x v \\ \partial_y u + \partial_x v & 2 \partial_y v \end{pmatrix} \simeq \eta \begin{pmatrix} 0 & \partial_y u \\ \partial_y u & 0 \end{pmatrix}$

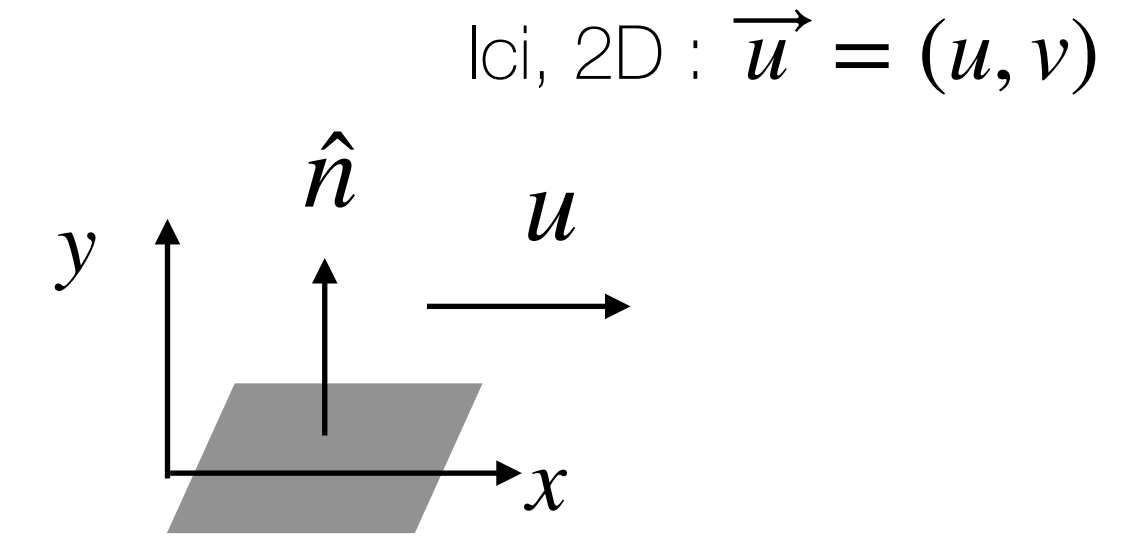


$\tau_{xy}$  : contrainte de cisaillement, qui est prépondérante, s'exerçant dans la direction de l'advection  $x$  sur une facette de normale  $y$

# Frottement local

Contrainte visqueuse :  $\tau_{ij} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

$u = u(y)$  const le long de  $x \Rightarrow \tau = \eta \begin{pmatrix} 2 \partial_x u & \partial_y u + \partial_x v \\ \partial_y u + \partial_x v & 2 \partial_y v \end{pmatrix} \simeq \eta \begin{pmatrix} 0 & \partial_y u \\ \partial_y u & 0 \end{pmatrix}$



$\tau_{xy}$  : contrainte de cisaillement, qui est prépondérante, s'exerçant dans la direction de l'advection  $x$  sur une facette de normale  $y$

Frottement pariétal local :  $\tau_p(x) = \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$

Formule de Newton (définition opérative de la viscosité)

Coeff. frottement local :  $c_f(x) = \frac{\tau_p(x)}{\frac{1}{2} \rho U^2}$

Coeff. frottement moyen:

$$c_F = \frac{1}{L} \int_0^L c_f(x) dx = \frac{\langle \tau_p \rangle}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

avec :  $L$  la longue de la plaque et  $\langle \tau_p \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \tau_p(x) dx$

# Résultats principaux et formules utiles

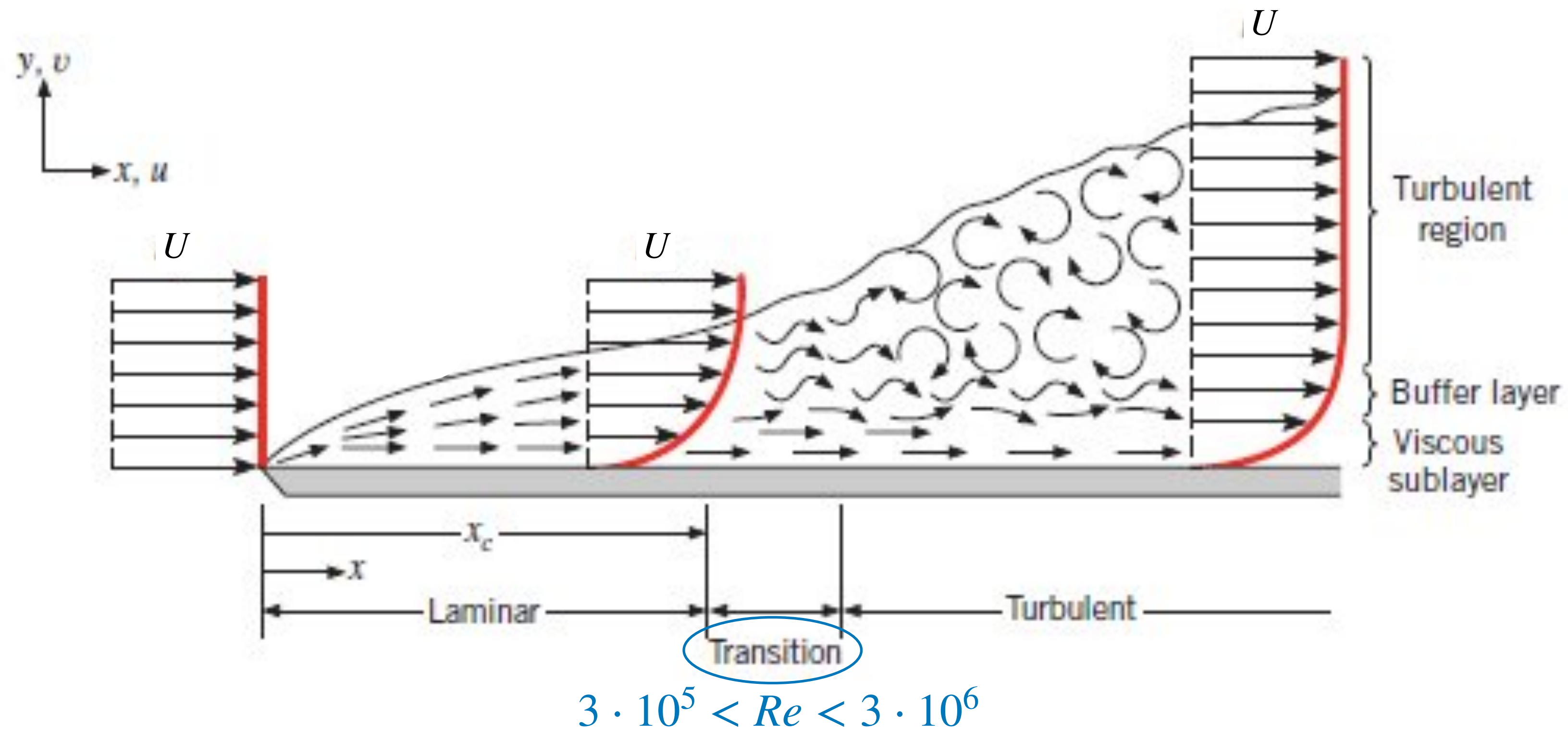
$$R_x \equiv Re_x = \frac{Ux}{\nu}$$

nombre de Reynolds local

$x$  : abscisse du point courant le long de la paroi

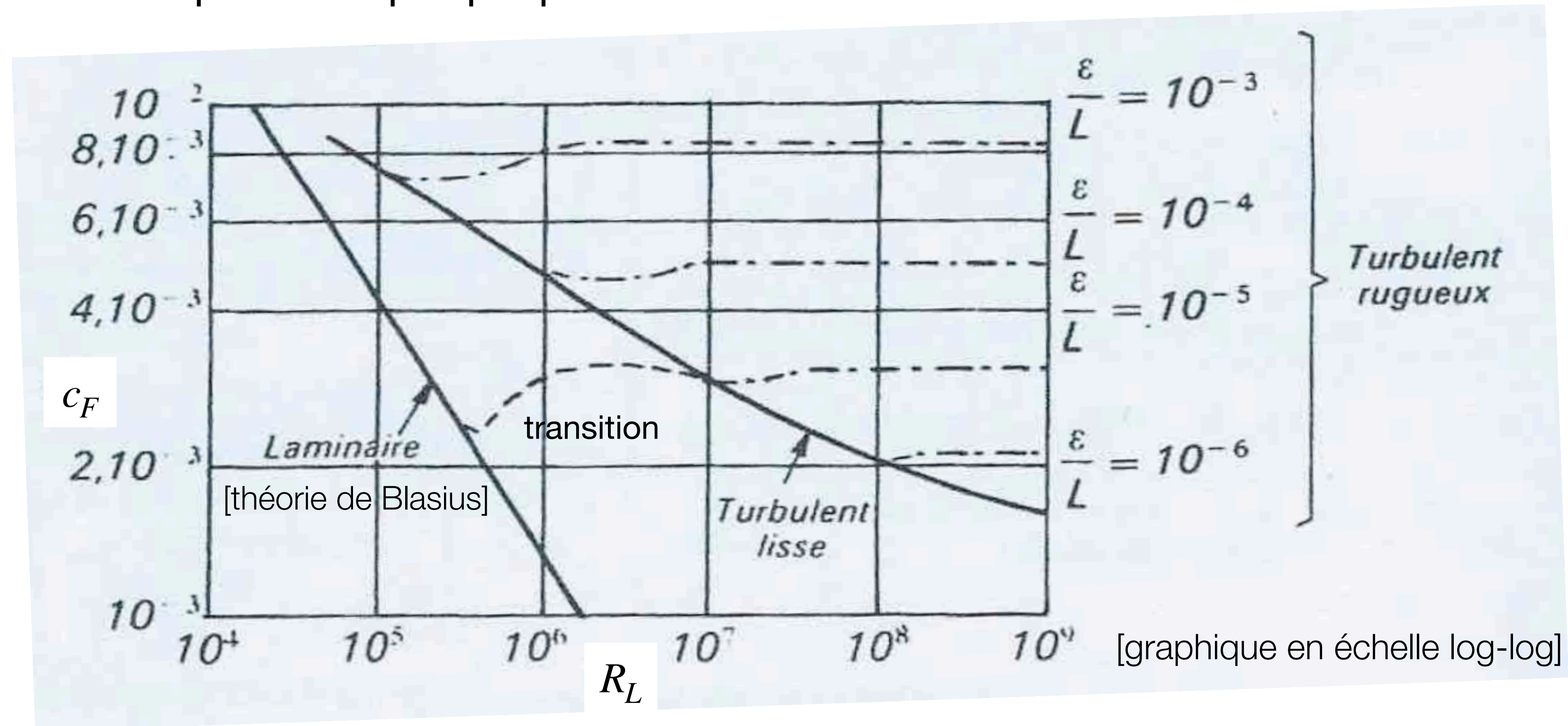
## Plaque plane lisse :

La couche limite est d'abord laminaire puis ensuite turbulente. Le passage s'effectue par l'intermédiaire d'une zone dite de transition.



# Résultats principaux et formules utiles

Coefficient de frottement pour une plaque plane :



[R. Ouziaux et J. Perrier, Mécanique des fluides appliquée]

$c_F$  décroît avec  $R_L$  mais plus lentement en régime turbulent

$$c_F^{\text{turb}} > c_F^{\text{lam}}$$

Pour  $R_L$  suffisamment grand :  $c_F \simeq \text{const}$  indép.  $\nu$  et fonction uniquement de la rugosité relative  $\epsilon/L$



# Résultats principaux et formules utiles

## (a) Couche limite laminaire :

éq. Navier-Stokes, éq. de continuité, conditions aux limites

+ hypothèse de profils semblables géométriquement  $\forall x$

$\Rightarrow$

solution (exacte) de Blasius

par intégration (numérique) d'une éq. différentielle du 3ème ordre

Profil de vitesse (dans la couche limite) :

$$\frac{u}{U} \simeq \left( \frac{y}{\delta} \right)^2$$

$$y = 0 \Rightarrow u = 0$$

$$y \ll \delta \Rightarrow u \ll U$$

$$y \simeq \delta \Rightarrow u \simeq U$$

Epaisseurs :

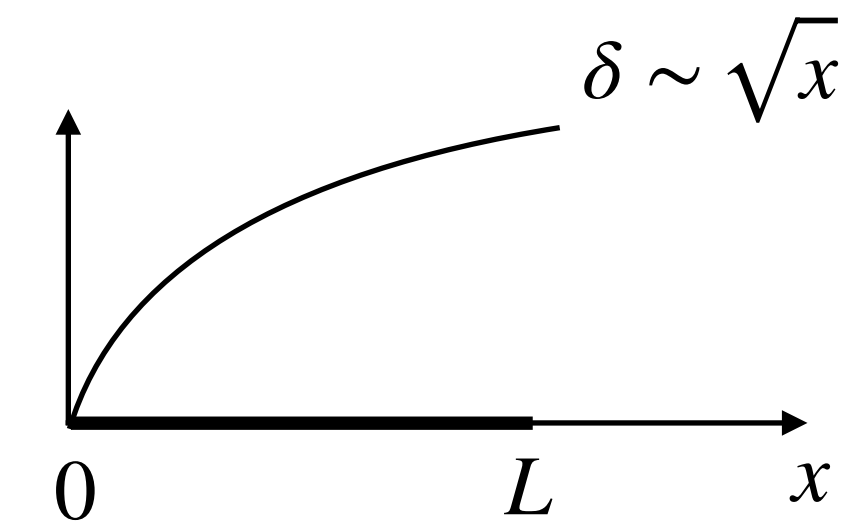
$$\frac{\delta}{x} \sqrt{R_x} = 5$$

(cf. analyse qualitative :  $\delta \sim Re^{-1/2}$ )

$$\frac{\delta_1}{x} \sqrt{R_x} = 1,721$$

$$\frac{\theta}{x} \sqrt{R_x} = 0,664$$

$$H = \frac{\delta_1}{\theta} = 2,59$$



Coefficients de frottement :

$$c_f = \frac{0,664}{\sqrt{R_x}}$$

local

$$c_F = \frac{1,328}{\sqrt{Re}}$$

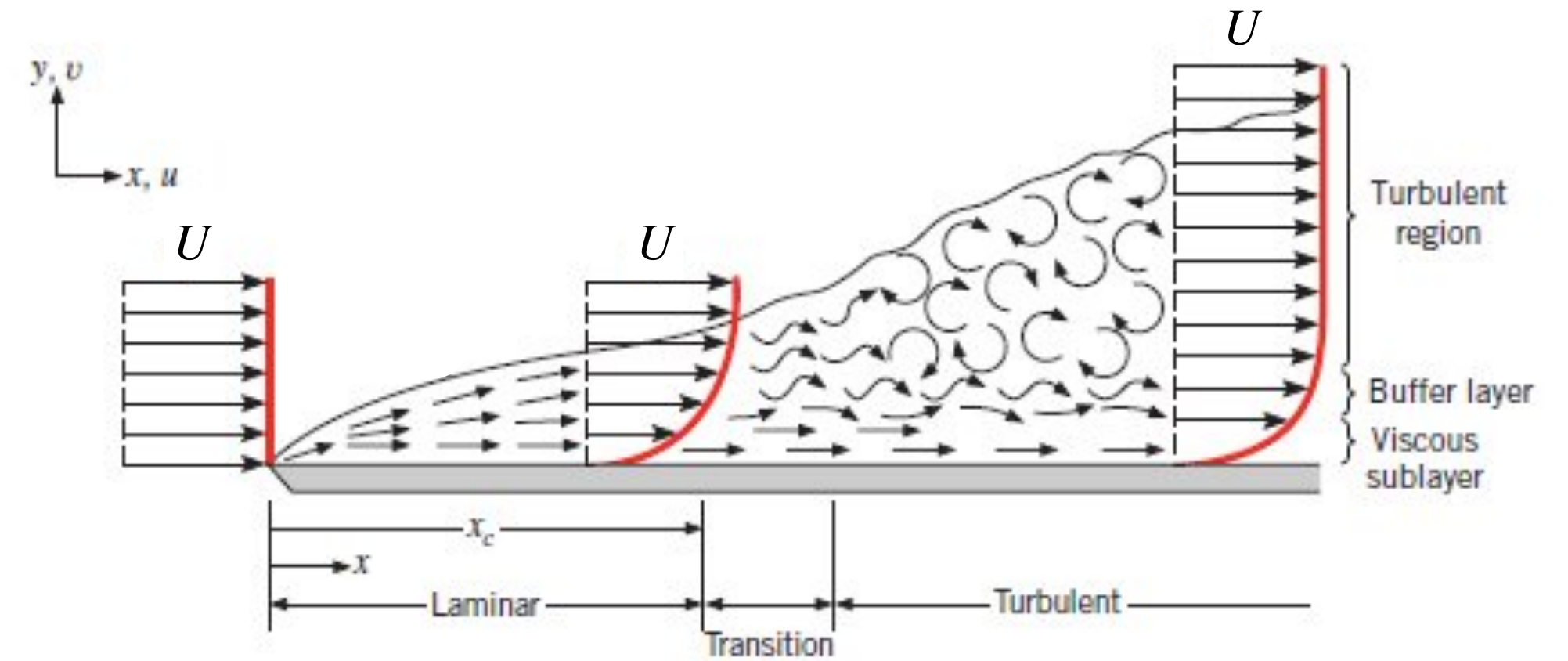
moyen

# Résultats principaux et formules utiles

## (b) Couche limite turbulente :

- La répartition des vitesses est beaucoup plus aplatie que dans la couche limite laminaire
- La couche limite turbulente est plus épaisse (que la c. l. laminaire)

Sauf au voisinage immédiat de la paroi (film laminaire) on a les résultats expérimentaux suivants



### (i) pour $10^5 < Re < 10^7$ (proche de la région de transition) :

Profil de vitesse en loi de puissance

$$\frac{u}{U} \simeq \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/m}$$

habituellement,  $m = 7$

On trouve alors :

Epaisseur

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0,37}{R_x^{1/5}}$$

Coefficients de frottement :

$$c_f = \frac{0,0592}{R_x^{1/5}} \quad c_F = \frac{0,074}{Re^{1/5}}$$

# Résultats principaux et formules utiles

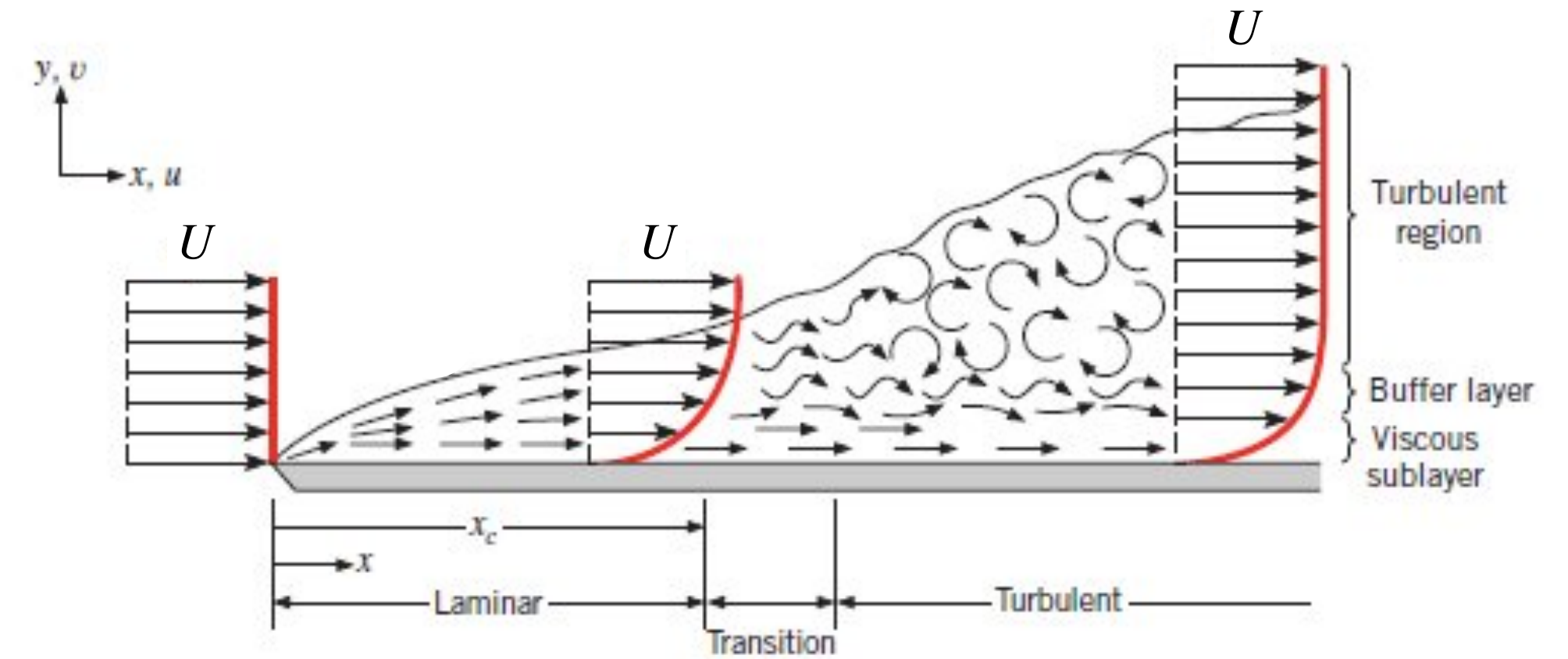
(ii) pour  $Re > 10^7$  :

Loi de paroi (valide dans la zone externe de la couche limite); profil logarithmique de vitesse  $u \simeq \log y$

$$\frac{u}{u_f} = A \log \left( \frac{y u_f}{\nu} \right) + B$$

avec :  $u_f = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$  vitesse de cission à la paroi

$A = 5,75$   $B = 5,5$  constantes déterminées expérimentalement



Coefficient de frottement :

$$\frac{1}{\sqrt{c_f}} = 1,7 + 4,15 \log_{10} (R_x c_f)$$

remarque : formule de Ludwig et Tillmann (valide  $\forall Re$ )

Coefficient de frottement :  $c_f = 0,246 e^{-1,561H} R_\theta^{-0,268}$

$$H = \delta_1/\theta \quad R_\theta = U\theta/\nu$$

# Résultats principaux et formules utiles

## Obstacle de forme quelconque :

Qualitativement les résultats sont identiques à ceux de la plaque plane, mais si le gradient de pression est positif dans le sens de l'écoulement la couche limite peut se décoller de la paroi.

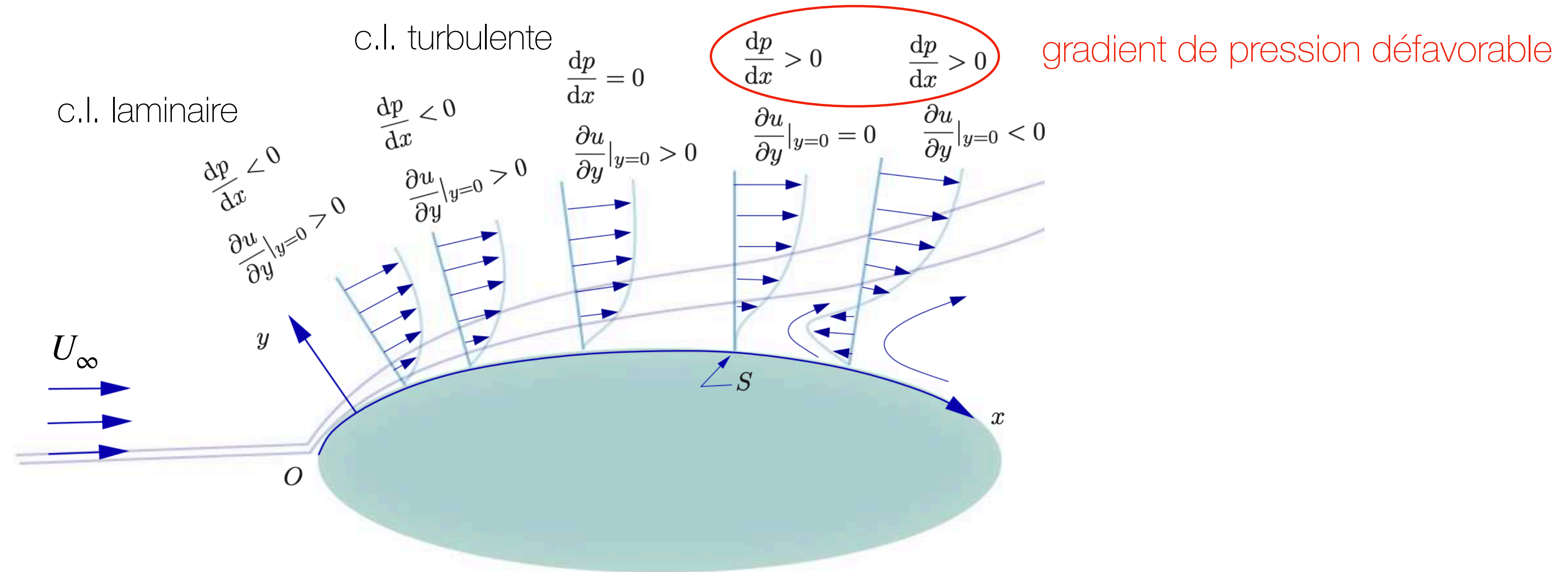


FIGURE 11.2. Évolution de la couche limite sur un corps solide,  $x$  est l'abscisse curviligne,  $S$  le *point de décollement* ou de *séparation*.

[A. Ridha, Dynamique des fluides réels]

c.l. laminaire :  $H \geq 4 \Rightarrow$  décollement

c.l. turbulente :  $H \geq 2 \Rightarrow$  décollement

remarque :  $c_f^{(\text{turb})} > c_f^{(\text{lam})}$  mais la couche limite laminaire décolle plus facilement que la couche limite turbulente