

Devoir surveillé de Thermodynamique

Jeudi 10 novembre 2022

Durée : 2 h. Sans documents.

Exercice 1

Une masse m d'hélium, un gaz monoatomique qu'on modélisera avec un gaz parfait, subit deux transformations réversibles. La première est une transformation isotherme de l'état A à l'état B , à la fin de laquelle le volume occupé par le gaz a doublé. La deuxième est une transformation adiabatique, de l'état B à l'état C , pour lequel la pression p_C est égale à la pression initiale p_A .

Q1) Sachant que pour un gaz monoatomique $c_v = 3r/2$, calculer l'indice adiabatique $\gamma = c_p/c_v$, où c_p et c_v sont les chaleurs massiques à pression constante et à volume constant, respectivement, et r est la constante massique de ce gaz.

Q2) Déterminer les expressions des variables thermodynamiques caractérisant l'état B en fonction de celles de l'état A .

Q3) Déterminer les expressions des variables thermodynamiques caractérisant l'état C en fonction de celles de l'état A . Tracer schématiquement ensuite les deux transformations ($A \rightarrow B$ et $B \rightarrow C$) dans le plan (p, V) .

Q4) Déterminer les expressions du travail total W_{tot} et de la quantité de chaleur totale Q_{tot} échangés par le gaz au cours des deux transformations. Montrer qu'elles ne dépendent que de T_A (ainsi que, bien sûr, de m et r).

Q5) En prenant $V_A = 1l$, $T_A = 27^\circ C$, $m = 4g$, $r = 2077J/(K kg)$, calculer les valeurs numériques de P_C , T_C , V_C , W_{tot} , Q_{tot} .

Exercice 2

Un gaz parfait, de masse m , subit quatre transformations réversibles, connues sous le nom de cycle de Diesel :

- 1 \rightarrow 2 : adiabatique,
- 2 \rightarrow 3 : isobare (combustion),
- 3 \rightarrow 4 : adiabatique,
- 4 \rightarrow 1 : isochore.

Ce cycle est caractérisé par deux quantités importantes : le taux de compression volumique $\alpha = V_{max}/V_{min}$ (avec V_{max} et V_{min} les volumes maximal et minimal occupés par le gaz, respectivement), et le rapport de détente préalable β entre les volumes à la fin et au début de la combustion isobare.

Dans cet exercice on se propose de calculer l'expression du rendement de ce cycle. Seulement à la fin, en utilisant des valeurs typiques, on calculera sa valeur numérique.

Q1) Tracer schématiquement le cycle dans le plan (p, V) . Dans quelle sens doit-il tourner? Justifier la réponse.

Q2) Déterminer les expressions des quantités de chaleur échangées au cours des différentes transformations, en fonction des températures correspondantes. Identifier la quantité de chaleur reçue Q_C et la quantité de chaleur cédée Q_F , en précisant leurs signes.

Ici on suppose de connaître la chaleur massique à pression constante (c_p) et la chaleur massique à volume constant (c_v).

Q3) A partir du premier principe de la thermodynamique, exprimer le travail total en fonction des quantités de chaleur Q_C et Q_F . Sans faire de calculs supplémentaires, préciser le signe de ce travail.

Q4) Montrer que le rendement peut s'écrire comme :

$$\eta = 1 + \frac{c_v(T_1 - T_4)}{c_p(T_3 - T_2)}.$$

Q5) A partir de la loi de Laplace, déterminer les rapports des températures T_1/T_2 et T_3/T_4 en fonction des rapports α et β (ainsi que de $\gamma = c_p/c_v$, bien sûr).

Q6) Exprimer la température à la fin de la transformation isobare en fonction de celle au début de la même transformation, et de β .

Q7) Exprimer le rendement η en fonction de α , β , γ .

Q8) Calculer la valeur numérique du rendement pour $\gamma = 1,4$, $\alpha = 16$, $\beta = 1,5$.