

Examen de Mécanique des fluides appliquée

Mardi 4 avril 2023

Durée : 2 h. Sans documents

Exercice 1 : Dynamique des fluides visqueux

On considère l'écoulement plan horizontal d'une huile dont la viscosité dynamique est notée η . On suppose $\vec{u} = (u(y), 0)$ et une répartition parabolique (Figure 1) de la vitesse dans la direction x du type

$$u(y) = ay^2 + by + c,$$

avec a , b et c des constantes à déterminer.

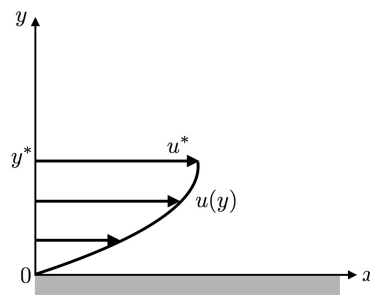


FIGURE 1 – Répartition parabolique des vitesses.

Q1) Dire si le fluide de cet écoulement est incompressible et pourquoi.

Q2) Quelle doit être la valeur de $u(y)$ en $y = 0$ et pourquoi ?

Q3) En sachant que :

(i) la vitesse $u(y)$ est maximale pour $y = y^*$ (c'est-à-dire $\frac{du}{dy} = 0$ en $y = y^*$),

(ii) la valeur maximale vaut $u(y^*) = u^*$,

et en tenant compte de la réponse à la Q2), calculer les constantes a , b et c et donner l'expression de la vitesse $u(y)$ en fonction de y^* et u^* .

Q4) En utilisant la formule de Newton, déterminer l'expression de la contrainte visqueuse τ en fonction de la coordonnée y et de la viscosité dynamique η (ainsi que de y^* et u^*).

Q5) Pour quelle valeur de la distance y de la paroi la contrainte τ est nulle ? Pour quelle valeur de y est elle maximale en valeur absolue ?

Exercice 2 : Couche limite

On considère un sous-marin qui a une longueur $L = 80$ m et une surface totale de coque de 900 m². En plongée, le sous-marin se déplace à une vitesse $V = 4,5$ m/s. On se propose de calculer la résistance due aux forces de frottement visqueux s'exerçant sur la coque.

Pour faire ce calcul on admettra que la valeur C_F du coefficient moyen de frottement établi pour une plaque plane est applicable ici. On prendra $\rho = 1025$ kg/m³, $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

Q1) Calculer le nombre de Reynolds relatif au développement de la couche limite sur toute la longueur du sous-marin et déterminer si la couche limite est laminaire ou turbulente.

Q2) Calculer la force de frottement (ou traînée).

Q3) Quelle est la puissance nécessaire pour assurer le déplacement du sous-marin ?

Formulaire : coefficient de frottement d'une plaque plane lisse

— Si la couche est laminaire, pour $Re < 10^5$: $C_F = \frac{1,328}{\sqrt{Re}}$.

— Si la couche est turbulente, pour $Re < 10^7$: $C_F = \frac{0,074}{Re^{1/5}}$.

— Si la couche est turbulente, pour $Re > 10^7$: $C_F = 0,455(\log_{10} Re)^{-2,58}$.

Dans ces expressions Re est le nombre de Reynolds.

Exercice 3 : Pertes de charge

Un liquide de refroidissement circule dans un radiateur en forme de serpentin (Figure 2).

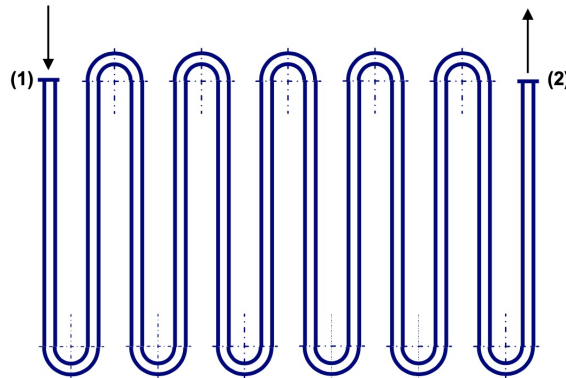


FIGURE 2 – Radiateur en forme de serpentin.

Le serpentin comprend les éléments suivants : 12 tubes rectilignes de diamètre $d = 10$ mm et de longueur 1 m chacun ; 11 coudes à 180° ayant chacun un coefficient de perte de charge (singulière) $K_s = 0,4$. La conduite transporte un débit volumique $q_v = 0,25$ l/s. La pression en entrée est $P_1 = 3$ bar. Le fluide de

refroidissement a les caractéristiques suivantes : viscosité dynamique : $\eta = 10^{-3}$ Pa·s ; masse volumique $\rho = 1000$ kg/m³.

Q1) Calculer la vitesse V d'écoulement du fluide dans la conduite (en m/s).

Q2) Calculer le nombre de Reynolds Re et en déduire le régime d'écoulement.

Q3) Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire Λ et la perte de charge (linéaire) totale associée, par unité de masse. Préciser quel est le domaine d'application (en relation aux différents régimes d'écoulement possibles) des différentes formules données dans le formulaire ci-dessous.

Q4) Calculer la perte de charges singulière totale par unité de masse (en J/kg).

Q5) Appliquer le théorème de Bernoulli généralisé entre les points (1) et (2) pour déterminer la pression à la sortie P_2 .

Formulaire : coefficient de perte de charge linéaire

— Formule de Poiseuille : $\Lambda = 64/Re$, pour $Re < 2000$

— Formule de Blasius : $\Lambda = 0.316Re^{-1/4}$, pour $2000 < Re < 10^5$

— Formule de Blench : $\Lambda = 0.79\sqrt{\epsilon/d}$, pour $Re > 10^5$

Dans ces expressions Re est le nombre de Reynolds et ϵ la rugosité.