UNIVERSITE DE LILLE - SCIENCES ET TECHNOLOGIES
Licence 3 Mécanique - Parcours GM

Examen de Mécanique des fluides appliquée

Lundi 1er avril 2019

Durée : 2 h. Sans document

- Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.
- Si vous rencontrez une erreur dans l'énoncé, mentionnez le sur votre copie et poursuivez l'exercice.
- Un formulaire vous est donné à la fin de l'énoncé.

Exercice 1 : Dynamique des fluides visqueux (6 points)

On considère l'écoulement d'un fluide visqueux confiné entre deux plaques parallèles, de longueur infinie et situées en $z = -h/2$ et $z = h/2$ (Fig. 1), sous l'effet d'un gradient de pression. On suppose que la plaque inférieure soit fixe et que la plaque supérieure soit maintenue en mouvement avec une vitesse $V > 0$, c'est-à-dire dirigée vers les $x > 0$, et que le gradient de pression soit constant $\dfrac{dp}{dx} = G = \text{const.}$

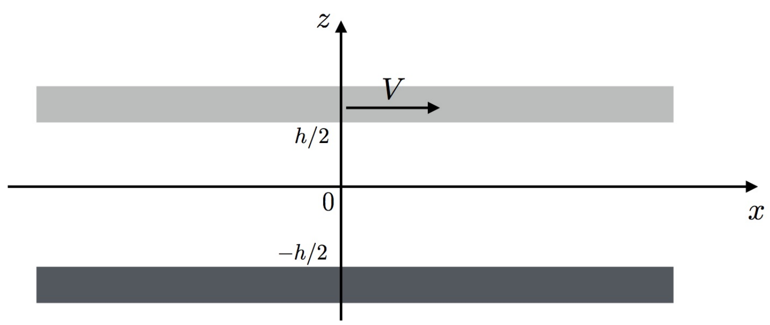

FIGURE 1 – Région délimitée par deux plaques, dont une mobile, siège d'un écoulement visqueux.

On se propose de calculer le profil de vitesse $u = u(z)$ de l'écoulement (dans le plan (x,z)) complètement développé laminaire. La vitesse $u(z)$ satisfait l'équation

$$\mu \frac{d^2u}{dz^2} = \frac{dp}{dx}, \tag{1}$$

où μ est la viscosité dynamique et $p = p(x)$ est la pression.

Q1) Déterminer l'expression de $u = u(z)$ en intégrant (deux fois) l'Eq. (1). (1 point)

Q2) Calculer les deux constantes d'intégration en imposant les conditions aux limites en $z = -h/2$ et $z = h/2$ et vérifier que la solution peut s'écrire sous la forme $u(z) = \dfrac{G}{8\mu}(4z^2 - h^2) + \dfrac{V}{h}z + \dfrac{V}{2}$. (2 points)

Q3) Calculer le débit volumique par unité de largeur des plaques. (1 point)

Q4) Quels types de profils remarquables on obtient pour (i) $G = 0$ et (ii) $V = 0$? Dans le cas $V \neq 0$, discuter le rôle du gradient de pression en fonction de son signe ($G < 0$, $G > 0$). (1,5 points)

Q5) En utilisant la formule de Newton, déterminer l'expression de la contrainte visqueuse τ. (0,5 points)

Exercice 2 : Pertes de charge (9 points)

De l'huile ayant une viscosité dynamique $\mu = 0,7$ Pa $\cdot$ s et une densité $\rho = 900$ kg m^{-3} est pompée d'un point A vers un point F. Elle circule dans une canalisation de diamètre $d = 100$ mm formée des trois tronçons rectilignes suivants : AB de longueur 6 m, CD de longueur 12 m, EF de longueur 5 m. Elle comprend aussi un coude à 45^o, BC, ayant un coefficient de perte de charge $K_1 = 0,2$ et un coude à 90^o, DE, ayant un coefficient de perte de charge $K_2 = 0,3$. La pression d'entrée est $P_A = 8$ bar. La conduite est supposée horizontale et transporte un débit volumique $q_v = 2,5$ l/s.

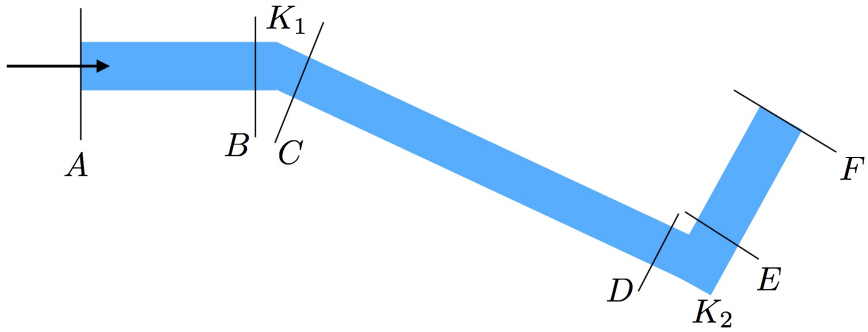

Figure 2 – Conduite horizontale.

Q1) Calculer la vitesse d'écoulement V. (1 point)

Q2) Calculer le nombre de Reynolds. (1 point)

Q3) Préciser s'il s'agit d'un écoulement laminaire ou turbulent. (1 point)

Q4) Déterminer le coefficient de perte de charge linéaire Λ. (1 point)

Q5) Donner l'expression du théorème de Bernoulli généralisé entre les sections A et F en précisant les expressions des pertes de charge. (2 points)

Q6) Calculer la perte de charge linéaire totale entre A et F. (1 point)

Q7) Calculer la perte de charge singulière totale entre A et F. (1 point)

Q8) Déterminer la pression de sortie P_F. (1 point)

Exercice 3 : Couche limite (5 points)

Une plaque plane de longueur 6 m et de largeur 1 m se meut dans l'eau à 20 ^{o}C ($\mu = 10^{-3}$ Pa·s, $\rho = 10^3$ kg/m^3) à une vitesse de $0,9$ m/s parallèle à sa longueur. On admet que la valeur critique du nombre de Reynolds pour la transition laminaire/turbulente soit $R_c = 5 \cdot 10^5$.

Q1) Localiser le point de transition entre écoulement laminaire et turbulent. (1 point)

Q2) Évaluer l'épaisseur δ de la couche limite en ce point. (1 point)

Q3) Calculer le nombre de Reynolds rapporté à toute la longueur de la plaque. (0,5 points)

Q4) Calculer le coefficient de frottement moyen de la plaque. (1 point)

Q5) Calculer la force de traînée (ou de frottement) sur une face de la plaque. (1 point)

Q6) Calculer ensuite la force de traînée totale. (0,5 points)

Formulaire

Coefficient de frottement d'une plaque plane lisse

Le coefficient de frottement C_x d'une plaque lisse parallèle à la vitesse V_∞ caractérisant l'écoulement du fluide (visqueux et incompressible) loin de la plaque (voir Fig. 3), est donné par une des expressions suivantes.

— Si la couche est *laminaire*, pour $R < 5 \cdot 10^5$: $C_x = \dfrac{1,328}{\sqrt{R}}$.

— Si la couche est *turbulente*, pour $R < 10^7$: $C_x = \dfrac{0,074}{R^{1/5}}$.

— Si la couche est *turbulente*, pour $R > 10^7$: $C_x = 0,455(\log_{10} R)^{-2,58}$.

Dans ces expressions $R = \dfrac{V_\infty L}{\nu}$ est le nombre de Reynolds.

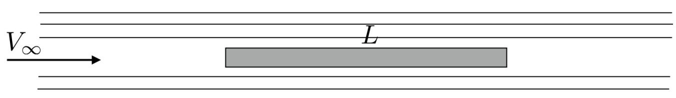

FIGURE 3 –

Nombre de Reynolds critique en conduite

La transition se manifeste pour : $R > R_c \approx 2000$.

Coefficient de perte de charge linéaire en conduite

En régime laminaire : $\Lambda = \dfrac{64}{R}$, où R est le nombre de Reynolds.