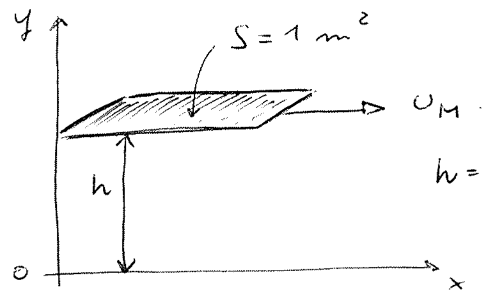
- **EX. 1** :



$U_M = 2\ m s^{-1}$; $F = 0{,}8\ N \ \forall y$

$h = 5 cm$

PAROI FIXE

$\vec{U} = (u, v, w)$

$u = u(y)$ VITESSE DIRECTION x

Q1) $u(y=0) = 0$ à cause du FROTTEMENT VISQUEUX avec la PAROI.

Q2) ON CONSTATE : $\frac{F}{S} \propto \frac{\overset{y=h}{U_M} - \overset{y=0}{u(0)}}{h}$ INDÉP. h

$$\Rightarrow \frac{F}{S} = \underset{\uparrow}{\mu} \frac{U_M - u(0)}{h}$$

COEFF. PROPORTIONNALITÉ

$\frac{F}{S} \equiv \tau$ CONTRAINTE

$u(0) = 0$ (paroi fixe)

$$\tau = \mu \frac{U_M - u(0)}{h} \Rightarrow \underset{\uparrow}{\mu} = \frac{\tau}{\frac{U_M - u(0)}{h}} = \frac{0{,}8\ N m^{-2}}{\frac{2\ m s^{-1}}{5 \cdot 10^{-2}\ m}} = 2 \cdot 10^{-2}\ Pa \cdot s$$

VISCOSITÉ DYNAMIQUE

Q3) PLUS en GÉNÉRAL : $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ (le cas précédent est inclus)

F. NEWTON

Q4) PROFIL (ou REPARTITION) de VITESSE :

$$\int_0^y \frac{du(s)}{ds} ds = \int_0^y \frac{\tau}{\mu} ds$$

$$u(y) - u(0) = \frac{\tau}{\mu} y \underset{u(0)=0}{\Rightarrow} u(y) = \frac{\tau}{\mu} y$$

$$u(y) = \frac{\tau}{\mu} y$$ PROFIL LINÉAIRE

$$\tau = \mu \frac{U_M - u(0)}{h} = \mu \frac{U_M}{h} \Rightarrow u(y) = \frac{U_M}{h} y$$

(a.5) $$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \underset{\overset{\|}{0}}{\frac{\partial u}{\partial x}} + \underset{\overset{\|}{0}}{\frac{\partial v}{\partial y}} + \underset{\overset{\|}{0}}{\frac{\partial w}{\partial z}} = 0 \Rightarrow \text{INCOMPRESSIBLE}$$

car $u = u(y)$

$v = w = 0$

• EX. 2 :

Q1)

$H_{SL} = H_0$ (Bernoulli entre SL et O, sans P.C.)

$$z_{SL} + \underbrace{\cancel{\frac{U_{SL}^2}{2g}}}_{=0} + \underbrace{\cancel{p_{SL}}}_{=0} = z_0 + \frac{U^2}{2g} + p_0 \Rightarrow \frac{U^2}{2g} + p_0 = z_{SL} - z_0 \equiv h_0$$

$U_{SL} = 0$ (réservoir)

$p_{SL} = p_{atm} \rightarrow p_{SL} = 0$ (réf.)

$$\Rightarrow H_0 = z_0 + h_0$$

$$h_1 = z_0 - \underbrace{\cancel{z_A}}_{=0} = z_0 \Rightarrow \boxed{H_0 = h_1 + h_0}$$

$z_A = z_B = 0$ (réf.)

Q2)

$$H_B = \overset{0}{\cancel{z_B}} + \frac{U^2}{2g} + \cancel{p_B} = \frac{U^2}{2g} \Rightarrow \boxed{H_B = \frac{U^2}{2g}}$$

$p_B = p_{atm} \rightarrow p_B = 0$ (réf.)

Q3)

TH. BERNOULLI généralisé entre O et B :

$$H_0 = H_B + \xi_{SING} + \xi_{LIN}$$

$$\xi_{SING} = (c_0 + c_A)\frac{U^2}{2g}$$

$$\xi_{LIN} = \frac{U^2}{2g}\frac{\lambda L}{D}$$

$$\Rightarrow \boxed{h_0 + h_1 = \frac{U^2}{2g} + \frac{U^2}{2g}\left[c_0 + c_A + \frac{\lambda L}{D}\right]}$$

Q4)

$$h_0 + h_1 = \frac{U^2}{2g}\left[1 + c_0 + c_1 + \frac{\Lambda L}{D}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = \left[\frac{2g\,(h_0+h_1)}{1 + c_0 + c_1 + \frac{\Lambda L}{D}}\right]^{1/2}$$

Q5)

$g = 9{,}81\ m\,s^{-2}$

$h_0 = 10\ m$; $h_1 = 10\ m$

$c_0 = 0{,}5$; $c_1 = 1{,}3$

$L = 1000\ m$

$D = 1\ m$

$\Lambda = 0{,}01 \Rightarrow U \simeq 5{,}54\ m\,s^{-1}$

$$q_v = U\frac{\pi D^2}{4} \simeq 4{,}35\ m^3 s^{-1}$$

Q6)

si Λ est inconnu $\Rightarrow$ Méthode graphique (ou numérique)

$\frac{\varepsilon}{D} = 10^{-5}$ RUGOSITÉ RELATIVE

EAU : $\nu = 10^{-6}\ m^2 s^{-1}$; $\rho = 10^3\ kg\,m^{-3}$

LOI de COLEBROOK-WHITE : $\frac{1}{\sqrt{\Lambda}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\Lambda}} + \frac{\varepsilon}{3{,}71 D}\right)$

$$Re\sqrt{\Lambda} = \frac{D^{3/2}}{\mu}\left(\frac{2\rho\,\Delta p}{L}\right)^{1/2} = c = \text{cost}$$

où : $\mu = \nu\cdot\rho$ et $\Delta p = \Delta H$ (P.C.)

il faut déterminer l'INTERSECTION de la COURBE $\Lambda = \frac{c^2}{Re^2}$ avec la COURBE de COLEBROOK-WHITE avec le ε/D considéré. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ VALEURS de Re et Λ $\Rightarrow U = \frac{Re\,\nu}{D} \Rightarrow q_v = U\frac{\pi D^2}{4} = \frac{Re\,\nu\,\pi D}{4}$ U (DÉBIT)

• EX.3 :

Q1) $Re = \frac{UL}{\nu}$; U : VITESSE RELATIVE du FLUIDE par rapport à la PLAQUE

C.LIMITE LAMINAIRE

Q2) $\delta \sim \sqrt{\nu t}$

$$t \sim \frac{L}{U} \Rightarrow \delta \sim \sqrt{\frac{\nu L}{U}} \Leftrightarrow \delta = k\sqrt{\frac{\nu L}{U}} = kL\sqrt{\frac{\nu}{UL}} =$$

$$= \frac{kL}{Re^{1/2}} = \delta$$

avec $k = 5$ (TH. BLASIUS)

Q3) $$Re = \frac{UL}{\nu} = \frac{50 \cdot 5}{1{,}5 \cdot 10^{-5}} \simeq 167 \cdot 10^{5}$$

$L = 5 m$

$\nu = 1{,}5 \cdot 10^{-5} \, m^2 s^{-1}$

$U = 50 \, m s^{-1}$

$(= 180 \, km/h)$

$$\delta = \frac{kL}{Re^{1/2}} \simeq 0{,}00612 \, m = 6{,}12 \, mm$$

Q4) $$R_x = \frac{Ux}{\nu} = \frac{UL}{\nu}\frac{x}{L} = Re\frac{x}{L}$$

NOMBRE de REYNOLDS LOCAL

Q5) $R_c = 10^5$; $Re > R_c \Rightarrow$ TURBULENT

POINT de TRANSITION : x^* tel que $R_{x^*} = R_c \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{Re}{L}x^* = R_c \Rightarrow x^* = \frac{R_c}{Re}L \simeq \frac{\cancel{10^5}}{167 \cdot \cancel{10^5}}L = \frac{L}{167} \simeq$$

$$\simeq 0{,}03 \, m = 3 \, cm$$

Q6) $x^* \ll L \Rightarrow$ ON NÉGLIGE la C.L. LAMINAIRE

$$Re = 167 \cdot 10^5 \Rightarrow 10^5 < Re < 10^7 \Rightarrow C_f = \frac{0{,}074}{Re^{1/5}} \simeq 0{,}0027$$

$F = C_f \dfrac{\rho U^2}{2} L^2$; car $C_f = \dfrac{\tau_p}{\dfrac{\rho U^2}{2}} \Rightarrow \tau_p = C_f \dfrac{\rho U^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow F = C_f \dfrac{\rho U^2}{2} L^2$

$\tau_p = \dfrac{F}{L^2}$

$F \simeq 0{,}0027 \cdot \dfrac{1{,}2}{2} \cdot 50^2 \cdot 25 = 101{,}25\ N$; $\rho = 1{,}2\ kg\,m^{-3}$

Dans ce cas : $\delta = \dfrac{0{,}38\,x}{R_x^{1/5}}$

$x = L \Rightarrow \delta = \dfrac{0{,}38\,L}{R_L^{1/5}} \simeq 0{,}0683\,m = 6{,}83\ cm$