UNIVERSITE DE LILLE
Licence 3 Mécanique - Parcours GM

Devoir maison de Mécanique des fluides appliquée

29 mai 2020

Durée : 8 heures

- Vous devez envoyer votre copie au **format PDF** par email à l'enseignant (stefano.berti@polytech-lille.fr) **avant la date limite (29/05/2020 à 17h)**. Les fichiers reçus après la date limite ne seront pas pris en considération.
- Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.
- Si vous rencontrez une erreur dans l'énoncé, mentionnez le sur votre copie et poursuivez l'exercice.
- Un formulaire vous est donné à la fin de l'énoncé.

Exercice 1 : Dynamique des fluides visqueux (5 points)

On considère l'écoulement unidirectionnel d'un liquide visqueux sur une plaque plane fixe (en $y = 0$) et mis un mouvement par une autre plaque, carrée de section $S = 1$ m^2, se déplaçant à une vitesse $U_M = 2$ m/s sur la surface libre, à une distance $h = 5$ cm de la première plaque (Fig. 1). On sait qu'une force $F = 0,8$ N est nécessaire pour garder la plaque supérieur en mouvement et que, indépendamment de la valeur de h, F/S est proportionnel à $U_M - u(y = 0)$ et inversement proportionnel à h, où $u(y)$ représente la vitesse dans la direction x du mouvement. On remarque aussi que cette vitesse u est fonction de y seulement.

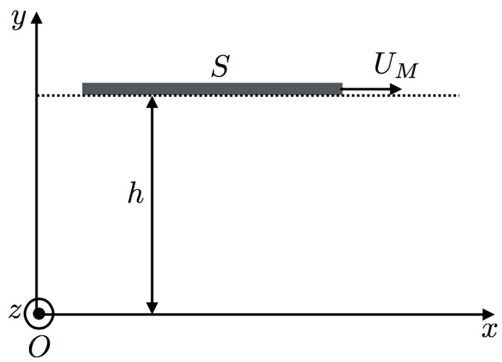

FIGURE 1 –

Q1) Quelle est la valeur de $u(0)$ et pourquoi ? (0,5 points)

Q2) Déterminer l'expression et la valeur numérique du coefficient de proportionnalité. A quelle quantité physique elle correspond ? (1 point)

Q3) La relation précédente est un cas particulier de la formule plus générale liant la contrainte visqueuse et le gradient de vitesse. Préciser cette formule générale. (1 point)

Q4) En utilisant la formule générale trouvé à la Q2), déterminer l'expression du profil de vitesse $u(y)$. Exprimer ce dernier en fonction de U_M et h. (1,5 points)

Q5) Calculer la divergence du vecteur vitesse $\vec{u} = (u, v, w)$ est en déduire si le fluide est incompressible ou pas. (1 point)

Exercice 2 : Pertes de charge (9 points)

On considère une conduite de vidange d'un barrage de hauteur (d'eau) $h_0 = 10$ m. Le diamètre de la conduite est $D = 1$ m ; sa longueur totale est $L = 1000$ m (Fig. 2). La chute de dénivellation (distance entre les points O et A) est notée $h_1 = 10$ m. La pression au niveau de la surface libre de l'eau dans le barrage, ainsi qu'à la sortie B est la pression atmosphérique. On cherche à calculer le débit à la sortie B de la conduite.

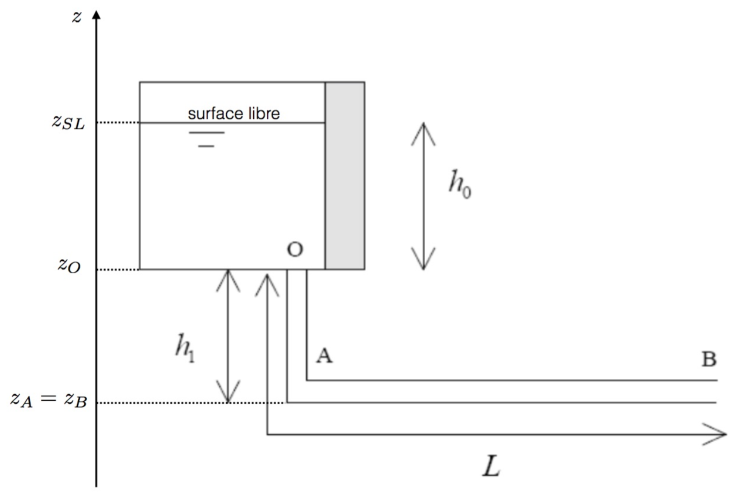

FIGURE 2 – Ecoulement en charge dans une conduite de vidange d'une retenue.

Q1) En négligeant les pertes de charge à l'intétieur du bassin (barrage), montrer que la charge mesurée en mètres au point O est donnée par $H_O = h_0 + h_1$. (2 points)

Q2) Déterminer l'expression de la charge mesurée en mètres au point B H_B. (1 point)

Q3) Ecrire le théorème de Bernoulli généralisé entre les points O et B et préciser les expressions de toutes les pertes de charges. Ici on notera c_O le coefficient des pertes de charge dues au rétrécissement en O, et c_A celui des pertes de charges dues au coude en A. (2 points)

Q4) A partir de la réponse à la question précédente, déterminer l'expression de la vitesse (moyenne de débit) U du fluide dans la conduite. (1 point)

Q5) En faisant l'hypothèse que le coefficient des pertes de charge unitaires (dues à la viscosité) vaut $\Lambda = 0.01$, déterminer les valeurs numériques de la vitesse U et du débit volumique correspondant. (1 point)

Q6) Sauriez-vous expliquer comment le débit pourrait être déterminé, à l'aide de la formule de Colebrook-White, si par contre la valeur de Λ n'est pas connue à priori (mais on connaît : la rugosité relative $\epsilon/D = 10^{-5}$, la viscosité cinématique $\nu = 10^{-6}\ ^2$ s^{-1} et la masse volumique $\rho = 10^3$ kg m^{-3}) ? Ici le calcul de la valeur numérique du débit n'est pas demandée. (2 points)

Exercice 3 : Couche limite (6 points)

Soit une plaque carrée de côté L, dans le plan (x, y), en mouvement uniforme de vitesse u dans la direction x à la surface d'un fluide au repos dans le référentiel du laboratoire. On note ν et ρ la viscosité cinématique et la masse volumique du fluide, respectivement.

Q1) Quelle est l'expression du nombre de Reynolds Re de l'écoulement correspondant ? (0,5 points)

Q2) Sachant que l'épaissseur de la couche limite laminaire peut être assimilé à une longueur de diffusion transversale des cissions dues aux effets de viscosité à la paroi, $\delta \sim \sqrt{\nu t}$ où t est un temps, montrer que $\delta = \dfrac{kL}{Re^{1/2}}$, où k est une constante. (1 point)

Q3) En utilisant l'expression fournie à la Q2), avec $k = 5$ (théorie de Blasius), calculer la valeur numérique de l'épaisseur δ de la couche limite dans le cas de l'écoulement d'air autour d'une aile d'avion : $L = 5$ m, $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ m^2 s^{-1} et $u = 50$ m s^{-1}. (0,5 points)

Q4) Il est possible d'associer à l'écoulement dans la couche limite un nombre de Reynolds local, R_x. Donner son expression en fonction de Re. (1 point)

Q5) Déterminer le point de transition au delà duquel la couche limite devient turbulente. Que peut-on conclure ? (1 point)

Q6) En négligeant la couche limite laminaire, calculer le coefficient de frottement moyen. Ici on prendra $\rho = 1,2$ kg m^{-3} pour la masse volumique du fluide. (1 point)

Q7) Calculer la force de traînée (ou de frottement) s'exerçant sur la plaque. (1 point)

Formulaire

Formule de Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{\Lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\Lambda}} + \frac{\epsilon}{3,71D}\right)$$

Coefficient de frottement d'une plaque plane lisse

Le coefficient de frottement C_f d'une plaque lisse parallèle à la vitesse libre du fluide est donné par une des expressions suivantes.

— Si la couche est *laminaire*, pour $R < 5 \cdot 10^5$: $C_f = \dfrac{1,328}{\sqrt{Re}}$.

— Si la couche est *turbulente*, pour $R < 10^7$: $C_f = \dfrac{0,074}{Re^{1/5}}$.

— Si la couche est *turbulente*, pour $R > 10^7$: $C_f = 0,455(\log_{10} Re)^{-2,58}$.