UNIVERSITE DE LILLE
Méca 4 Polytech

Devoir surveillé de Thermodynamique

Mardi 19 janvier 2021

Durée : 2 h. Sans documents.

Exercice 1

On considère un cycle thermodynamique effectué par une masse $m = 44,01$ g de gaz carbonique (ou dioxyde de carbone, CO_2), qu'on supposera de pouvoir modéliser par un gaz parfait. Initialement le gaz se trouve dans l'état thermodynamique A, caractérisé par une température $T_A = 150^o$C, un volume $V_A = 1$ l, et une pression p_A. Il subit une détente adiabatique réversible jusqu'à un état B où son volume vaut $V_B = 10\,V_A$ et sa température et sa pression sont, respectivement, notées T_B et p_B. Le gaz subit ensuite une compression isotherme réversible qui l'amène à l'état C, ayant une pression p_C égale à la pression initiale p_A. Il est ensuite réchauffé jusqu'à la température T_A à pression constante, en revenant ainsi à l'état initial A.
On connait les valeurs de la constante des gaz massique $r = 188,82$ J/(kg K) et de l'indice adiabatique $\gamma \equiv c_p/c_v = 4/3$ (où c_p et c_v sont les chaleurs massiques à pression constante et à volume constant, respectivement) pour ce gaz.

Q1) Tracer l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron, c'est-à-dire dans le plan (p, V).

Q2) S'agit-il d'un cycle moteur, et pourquoi ?

Q3) Calculer la pression p_A.

Q4) Calculer la température T_B.

Q5) Déterminer le volume V_C. Préciser les valeurs des autres variables thermodynamiques caractérisant l'état C et dire si ce dernier est complètement déterminé.

Q6) Déterminer les quantités de chaleur Q_{AB} et Q_{BC} échangées par le gaz au cours des transformations $A \to B$ et $B \to C$. Préciser s'il s'agit, éventuellement, de quantités de chaleur reçues ou cédées par le gaz.

Q7) Déterminer la quantité de chaleur Q_{CA} échangée par le gaz au cours de la transformation isobare $C \to A$ en utilisant sa relation avec la variation d'enthalpie ΔH_{CA}. Montrer que le même résultat peut être obtenu à partir du premier principe de la thermodynamique. Préciser si la quantité de chaleur Q_{CA} est reçue ou cédée par le gaz.

Q8) Calculer les variations d'entropie du gaz ΔS_{AB}, ΔS_{BC}, ΔS_{CA} pour les trois transformations $A \to B$, $B \to C$, $C \to A$ constituant le cycle. Pour le calcul de ΔS_{CA}, il pourrait être utile de considérer la relation entre la quantité de chaleur élémentaire et la variation d'enthalpie correspondante (en analogie avec le raisonnement fait pour calculer Q_{CA} à la question Q7)).

Q9) Calculer la variation d'entropie totale, pour le gaz, sur un cycle. Commenter le résultat.

Q10) Identifier la quantité de chaleur reçue (de la source chaude, Q_{ch}) et la quantité de chaleur cédée (à la source froide, Q_{fr}) par le gaz dans le cycle. Utiliser ce résultat pour calculer le travail W et commenter le signe de ce dernier.

Q11) Calculer le rendement η de ce cycle thermodynamique.

Q12) Calculer le rendement η_{Carnot} d'un cycle de Carnot opérant entre les mêmes températures. Déterminer le rapport $\eta/\eta_{\text{Carnot}}$, qui permet de quantifier l'efficacité du cycle considéré par rapport au cycle de Carnot.

Exercice 2

Dans cet exercice, on s'intéresse à la quantification de la matière et aux différentes formes de l'équation d'état d'un gaz parfait. On appelera m la masse d'un gaz, M_{mol} sa masse molaire et M_{molec} sa masse moléculaire. Le nombre de moles sera indiqué par n et le nombre de molécules par N. Le nombre d'Avogadro est $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ et la constante de Boltzmann est $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K ; ces deux quantités sont des constantes universelles (indépendantes du gaz spécifique considéré).

Q1) Préciser la relation entre m et M_{molec}, celle entre m et M_{mol}, celle entre M_{mol} et M_{molec}.

Q2) L'équation d'état est une relation entre deux variables indépendantes et une troisième variable dépendante associées aux propriétés d'une substance. Pour plusieurs gaz, particulièrement à faible densité et loin du point critique, le modèle de gaz parfait représente une bonne approximation. Dans ce cas, l'équation d'état peut s'écrire :

$$p\,V = N\,k_B\,T, \tag{1}$$

où p est la pression, V le volume et T la température.

(a) À partir de l'expression (1), montrer que l'équation d'état peut aussi s'écrire dans la forme suivante :

$$p\,V = n\,R\,T\,, \tag{2}$$

et fournir l'expression de la constante R. Est cette constante universelle ?

(b) En ingéniere il est plus courant d'exprimer la quantité de matière à travers la masse m (en kg). À partir de la forme précédente (2), montrer qu'elle est équivalente à :

$$p\,V = m\,r\,T\,, \tag{3}$$

où r est une autre constante. Déterminer l'expression de la constante r et préciser si elle est universelle.