UNIVERSITE DE LILLE
Méca 4 Polytech
Thermodynamique - travaux dirigés

TD 1 : Quantité de matière et équilibre thermodynamique

Quantité de matière

Exercice 1 : Nombre d'Avogadro

(a) On considère du sable fin dont chaque grain ocupe un volume $V_0 = 0,1\,mm^3$. Quel est le volume V occupé par $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ grains ? Si on étendait uniformément ce sable sur la France (d'aire $S = 550000\,km^2$) quelle serait la hauteur de la couche de sable ?

(b) Exprimer la population mondiale (7,53 miliards d'individus en 2017 selon la Banque mondiale) et le nombre d'étoiles dans l'univers observable (1 milliard de millions de millions) en moles.

Exercice 2 : Masses moléculaires dans l'air

L'air est constitué principalement de diazote $(78,08\%)$, de dioxygène $(20,95\%)$ et d'argon $(0,93\%)$.

(a) Sachant que les masses atomiques de l'azote, de l'oxygène et de l'argon sont respectivement $14,0067\,g$, $15,9994\,g$, $39,948\,g$, calculer les masses moléculaires des principaux gaz constituant l'air.

(b) Sachant qu'en conditions normales ($p = 1\,atm$, $T = 20^oC$) une mole d'air occupe un volume $V = 22,4\,l$, calculer son volume massique et sa masse volumique (ou densité).

Exercice 3 : Libre parcours moyen

Dans la plupart des problèmes rencontrés en thermodynamique la matière est considérée comme un milieu continu. Cette hypothèse est justifiée par le fait que les échelles de temps et de longueur en jeu sont typiquement supérieures au temps et à la distance entre les collisions moléculaires.

Dans certaines applications importantes, cependant, les échelles de longueur et de temps sont de l'ordre des échelles moléculaires, comme dans la dynamique des gaz raréfiés (important pour les vaisseaux spatiaux en orbite basse) et dans le transfert de la chaleur dans les nanotehcnologies (par exemple pour le refroidissiment des puces électroniques). On peut montrer que le libre parcours moyen (entre deux collisions) des molècules est donné par l'expression :

$$\lambda = \frac{M}{\sqrt{2}\pi N_A\,\rho\,d^2}\,,$$

où M est la masse molaire, $N_A = 6,02252 \cdot 10^{23}$ est le nombre d'Avogadro, ρ est la masse volumique et d est le diamètre d'une molécule.

(a) Vérifier que λ dans l'expression ci-dessus est une longueur.

(b) En utilisant la valeur moyenne $M = 28,9\,kg/kmole$ et $d = 3,7 \cdot 10^{-10}\,m$, déterminer la variation du libre parcours moyen pour l'air avec la densité ρ. En considérant la valeur $\rho = 1,288\,kg/m^3$, déterminer la valeur de λ (en microns) pour l'air dans l'atmosphère.

(c) Sachant que la vitesse moyenne des molécules d'air est $v \simeq 500\,m/s$, calculer le temps typique τ entre deux collisions (en nano seconds).

Équilibre thermodynamique

Exercice 4 : Considérations à l'échelle microscopique et "hauteur de l'atmosphère"

Considérer un récipient de hauteur $h_0 = 1\,m$ rempli d'air, dans un laboratoire. On admettra ici que l'air est constitué seulement de molécules de diazote N_2 (masse atomique de N : $14.0067\,g$), à température ambiante $T = 293\,K$.

(a) Calculer la vitesse quadratique moyenne des molécules de N_2 dans le récipient.

(b) Montrer que dans ces conditions il est raisonnable de négliger l'effet de la pesanteur.

(c) Quelle est la hauteur h sur laquelle les effets de pesanteur deviendraient importants ? Dans cet exercice on prendra pour l'accélération de la pesanteur la valeur $g = 9,8\,m\,s^{-2}$ et pour la constante de Boltzmann la valeur $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\,J/K$.

Exercice 5 : Équation d'état des gaz parfaits

L'équation d'état est une relation entre deux variables indépendantes et une troisième variable dépendante associées aux propriétés d'une substance. Pour plusieurs gaz, particulièrement à faible densité et loin du point critique, il est possible d'écrire une telle relation faisant intervenir la pression p, le volume V et la température T. Cette relation, dérivée empiriquement, prend la forme :

$$p\,V = N\,k_B\,T, \tag{1}$$

où N est le nombre de molécules du gaz et $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\,J/K$ la constante de Boltzmann.

(a) Dans l'expression (1), exprimer la quantité de matière en nombre de moles et montrer que l'équation d'état peut aussi s'écrire dans la forme suivante :

$$p\,v = R\,T\,, \tag{2}$$

où v est le volume molaire et R est la constante, universelle, des gaz parfaits. Déterminer la valeur numérique de R.

(b) En ingéniere il est plus courant d'exprimer la quantité de matière à travers la masse en kg. À partir de la forme précédente (2), montrer qu'elle est équivalente à :

$$p\,V = m\,r\,T\,, \tag{3}$$

où m est la masse (en kg) du gaz et r est une autre constante. Déterminer l'expression de la constante r et préciser si elle est aussi universelle.

(c) En utilisant la valeur (moyenne) de $28,97\,g/mole$ pour la masse molaire, déterminer la valeur numérique de r pour l'air.