

## Corrigé du TD A : Détermination de la puissance d'un navire

Puisque l'on admet que la traînée d'onde et la traînée de frottement sont indépendantes, pour le modèle ou pour le prototype, la résistance à l'avancement est de la forme :

$$F = F' + F''$$

où  $F'$  est due aux frottements et  $F''$  aux ondes de surface. On peut écrire :

$$F = \rho S \frac{V^2}{2} \phi(Re, Fr)$$

$$F' = \rho S \frac{V^2}{2} \phi'(Re)$$

$$F'' = \rho S \frac{V^2}{2} \phi''(Fr)$$

$Fr$  et  $Re$  étant, respectivement, le nombre de Froude et de Reynolds. La fonction  $\phi''$  conserve sa valeur dans la similitude de Froude, mais non pas la fonction  $\phi'$ , qu'il faudra calculer au moyen des formules proposées. En respectant la similitude imposée, les vitesses des bateaux seront liées à leurs dimensions par la constance d'un nombre de Froude :

$$\frac{V_1^2}{gL_1} = \frac{V_2^2}{gL_2}$$

soit :

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{1}{5}$$

d'où :

$$V_2 = 1,7 \text{ m/s.}$$

Pour cette vitesse, nous allons calculer la traînée due au frottement ; la longueur du modèle réduit étant 4 mètres, le nombre de Reynolds relatif à cette longueur et à la vitesse d'essai a pour valeur :

$$R_{L_2} = \frac{V_2 L_2}{\nu_2} = \frac{4 \cdot 1,7}{1,1 \cdot 10^{-6}} = 6,18 \cdot 10^6.$$

$C_x$  sera donc fourni par la première formule indiquée :

$$C_{x_2} = \frac{0,074}{R_{L_2}^{0,2}} = \frac{0,074}{22,8} = 3,25 \cdot 10^{-3}.$$

La force de frottement correspondant  $F'_2$  a pour valeur, par définition :

$$F'_2 = C_{x_2} \rho_2 S_2 \frac{V_2^2}{2}$$

où la surface mouillée vaut :

$$S_2 = \frac{S_1}{25^2} = 2,88 \text{ m}^2.$$

D'où :

$$F'_2 = 3,25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 2,88 \cdot \frac{(1,7)^2}{2} = 13,5 \text{ N}.$$

En la retranchant de  $F_2$ , on trouve la résistance d'onde soit :

$$F''_2 = 3 \text{ N}$$

qui doit vérifier la similitude de Froude. On a donc :

$$\frac{F''_1}{F''_2} = \frac{\rho_1 V_1^2 S_1}{\rho_2 V_2^2 S_2} = \frac{\rho_1 L_1^3}{\rho_2 L_2^3} = 1,025 \cdot 25^3 = 16000.$$

D'où la résistance d'onde du prototype :

$$F''_1 = 3 \cdot 16000 = 48 \text{ kN}.$$

À cette résistance il faut maintenant ajouter la force de frottement  $F'_1$ .

Calculons le nombre de Reynolds  $R_{L_1}$  du prototype :

$$R_{L_1} = \frac{V_1 L_1}{\nu_1} = \frac{850 \cdot 10^4}{1,2 \cdot 10^{-2}} = 7,08 \cdot 10^8.$$

Nous obtiendrons  $C_{x_1}$  par la deuxième formule indiquée :

$$C_{x_1} = \frac{0,455}{(\log R_{L_1})^{2,58}} = 1,65 \cdot 10^{-3},$$

d'où :

$$F'_1 = C_{x_1} \rho_1 S_1 \frac{V_1^2}{2} = 110 \text{ kN}.$$

Par suite la traînée du navire réel est égale à :

$$F_1 = F'_1 + F''_1 = 158 \text{ kN}$$

et la puissance nécessaire correspondante :

$$P_1 = F_1 V_1 = 158000 \cdot 8,5 = 1,34 \cdot 10^6 \text{ W} = 1340 \text{ kW}.$$