TD6

• **EX. 1** : PUISSANCE MOYENNE D'UN CLIMATISEUR

$T_e = 308\,K$ (AIR EXTÉRIEUR → SOURCE CHAUDE)

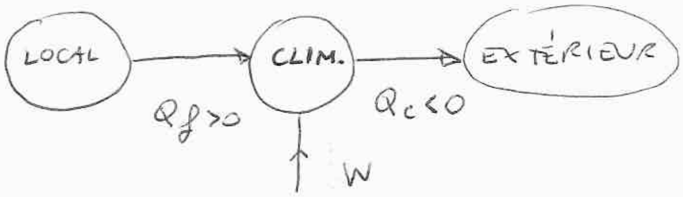
SOURCE FROIDE : LOCAL ISOLÉ ; $C = 10^4\ kJ\cdot K^{-1}$ (CAPACITÉ THERMIQUE)

INITIALEMENT : $T_f^{(1)} = T_e = 308\,K$

à la FIN : $T_f^{(2)} = 295\,K$

(après 2h)

→ QUESTION : En supposant que le rendement énergétique du moteur électrique du climatiseur est optimal, CALCULER la PUISSANCE ÉLECTRIQUE MOYENNE P reçue par ce climatiseur.



T VARIABLE $\qquad\qquad$ $T_c = T_e$

Sur 1 CYCLE, la baisse de température de la source froide, le local, correspond à la quantité de chaleur $Q_f > 0$ cédée au système (fluide du climatiseur).

Soit dT cette baisse de température.

⇓

$$C\,dT = -Q_f \qquad (dT < 0\,;\ Q_f > 0)$$

1° PRINCIPE (sur 1 CYCLE) : $\Delta U = 0 = \delta W + Q_c + Q_f$

2° PRINCIPE (sur 1 CYCLE) : $\Delta S = 0 \underset{\text{réversibilité}}{=} \dfrac{Q_f}{T} + \dfrac{Q_c}{T_c} \Rightarrow Q_c = -Q_f \dfrac{T_c}{T}$

⇒

$$\Rightarrow \delta W \underset{\substack{\uparrow\\ 1^\circ \text{ PRINCIPE}}}{=} -Q_c - Q_f \underset{\substack{\uparrow\\ Q_c = -Q_f \frac{T_c}{T}}}{=} Q_f\left(\frac{T_c}{T} - 1\right) \underset{\substack{\uparrow\\ Q_f = -c\,dT}}{=} c\,dT - c\,dT\,\frac{T_c}{T}$$

Le TRAVAIL TOTAL W_T fourni au système afin de diminuer la température du local de 308K à 295K vaut, donc :

$$W_T = \int \delta W = \int_{T_f^{(1)}}^{T_f^{(2)}} \left[c\,dT - c\,T_c\,\frac{dT}{T}\right] =$$

$$= c\left[T_f^{(2)} - T_f^{(1)} - T_c \ln\left(\frac{T_f^{(2)}}{T_f^{(1)}}\right)\right] =$$

$$= 10^4\left[295 - 308 - 308 \ln\left(\frac{295}{308}\right)\right] = 2823{,}2 \text{ kJ}$$

En supposant que le rendement énergétique du climatiseur est optimal, on en déduit que la puissance moyenne P reçue par le climatiseur est :

$$\boxed{P = \frac{W_T}{\tau} = \frac{2823{,}2 \text{ kJ}}{2 \cdot 3600 \text{ s}} = 392{,}1 \text{ W}}$$

$\tau = 2h$ (DURÉE de TEMPS)

EX. 2 : CYCLE de DIESEL IDÉAL

PHASE 1) IA : ADMISSION AIR SEUL dans V_A (soupape d'admission)

PHASE 2) soupapes fermées. INJECTION COMBUSTIBLE : $B \rightarrow C$ avec $p = \text{const}$.

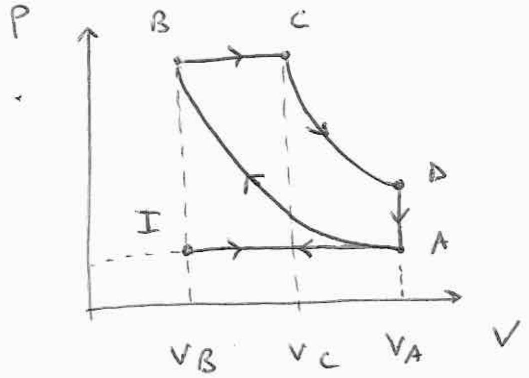
PHASE 3) soupapes fermées. PRODUITS COMBUSTION : DÉTENTE ISENTROPIQUE en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale. Portion CD.

PHASE 4) Ouverture soupape d'échappement. CHUTE BRUTALE de la PRESSION : $D \rightarrow A$, et les gaz brûlés sont évacués.

$\beta = \frac{V_C}{V_B}$ (RAPPORT de DÉTENTE préalable)

$\alpha = \frac{V_A}{V_B}$ (TAUX de COMPRESSION VOLUMÉTRIQUE)

(a)



(b)

ISENTROPIQUES AB, CD $\Rightarrow$ $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$

Le mélange reçoit de la chaleur $Q_c > 0$ au cours de la COMBUSTION ISOBARE (BC) et perd de la chaleur $Q_f < 0$ lors de la DÉTENTE ISOCHORE (DA).

Sur 1 CYCLE, du travail est fourni $W_T < 0$ (le cycle est parcouru dans le sens horaire ; c'est un cycle moteur) et il résulte d'un travail $W_{AB} > 0$ fourni au gaz au cours de sa compression (AB), et d'un travail $W_{CD} < 0$ que génère le gaz entre C et D.

1er PRINCIPE (sur 1 CYCLE) :

$$\Delta U = W_{AB} + Q_c + W_{CD} + Q_f = 0$$

$$W_T = W_{AB} + W_{CD} = -Q_c - Q_f$$

(c)

T. ISOBARE : $Q = \Delta H$, car $dH = d(U+PV) = \delta Q + \underbrace{\cancel{V dP}}_{0 \text{ si } P=\text{const.}}$

$\rightarrow Q_c = \Delta H_{BC} = C_p (T_C - T_B)$; C_p : CAPACITÉ THERMIQUE À PRESSION CONSTANTE

T. ISOCHORE : $Q = \Delta U$

$\Rightarrow Q_f = \Delta U_{DA} = C_V (T_A - T_D)$; C_V : CAPACITÉ THERMIQUE À VOLUME CONSTANT

RENDEMENT : $\boxed{\eta = \frac{|W|}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{C_V(T_A - T_D)}{C_p(T_C - T_B)}}$

$W < 0$

$|W| = -W = Q_c + Q_f$

(d)

AB, CD : ISENTROPIQUES

En considérant que le mélange air/carburant est un fluide parfait :

$$AB : \quad \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma-1}$$

$$CD : \quad \frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} \underset{V_D = V_A}{=} \left(\frac{V_A\, V_B}{V_B\, V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{C_V (T_A - T_D)}{C_P (T_C - T_B)} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{T_B\, \alpha^{1-\gamma} - T_C\, \alpha^{1-\gamma} \beta^{\gamma-1}}{T_C - T_B}$$

Par ailleurs, la TRANSFORMATION BC est ISOBARE.

$$G.P. \Rightarrow \frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B} \qquad \begin{aligned} nRT_C &= P_C V_C \\ nRT_B &= P_B V_B \\ P_C &= P_B \end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

$$T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = \beta T_B$$

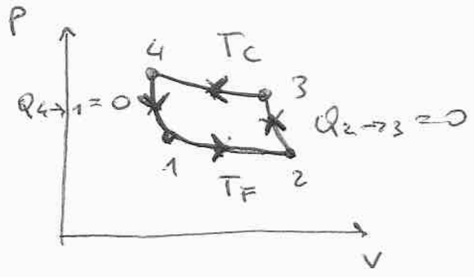
$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{\cancel{T_B}\, \alpha^{1-\gamma} (1 - \beta^{\gamma})}{\cancel{T_B} (\beta - 1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\gamma \alpha^{\gamma-1}} \frac{1 - \beta^{\gamma}}{1 - \beta}}$$

Numériquement : $\eta = 1 - \dfrac{1}{1{,}4 \cdot 14^{0{,}4}} \dfrac{1 - 1{,}55^{1{,}4}}{1 - 1{,}55} = 61{,}7\ \%$

Ce rendement est supérieur à celui obtenu dans le cas du moteur à explosion.

• EX. 3 : MACHINE FRIGORIFIQUE



$m = 1\,kg$

$T_C = 873\,K$

$T_F = 288\,K$

$R = 287 \frac{J}{kg\,K}$

$C_V = 713 \frac{J}{kg\,K}$

$C_P = 1000 \frac{J}{kg\,K}$

(a)

1° PRINCIPE $\begin{cases} \Delta U_{2\to3} = Q_{2\to3} + W_{2\to3} \\ \Delta U_{4\to1} = Q_{4\to1} + W_{4\to1} \end{cases}$

$2\to3$: $Q_{2\to3} = 0$ ADIABATIQUES $\Rightarrow$
$4\to1$: $Q_{4\to1} = 0$

$\Rightarrow \quad W_{2\to3} = \Delta U_{2\to3} = m\,c_V(T_3 - T_2) = m\,c_V(T_C - T_F) = 417105\,J$

$W_{4\to1} = \Delta U_{4\to1} = m\,c_V(T_1 - T_4) = m\,c_V(T_F - T_C) = -417105\,J$

(b)

$1\to2$: ISOTHERME $\Rightarrow \Delta U_{1\to2} = 0$, car $T = T_F = cst \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_{1\to2} = -W_{1\to2}$

$$W_{1\to2} = -\int_1^2 p\,dV = -m R T_F \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = m R T_F \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \simeq -36224\,J$$

$p = \frac{mRT}{V}$, $T = T_F$; $\frac{V_2}{V_1} = \frac{mRT_F}{p_2}\,\frac{p_1}{mRT_F}$; $p_2 = 10^5\,Pa$, $p_1 = 1{,}55\cdot10^5\,Pa$

$3\to4$: ISOTHERME, et avec un raisonnement analogue :

$Q_{3\to4} = -W_{3\to4}$

$$W_{3\to4} = m R T_C \ln\left(\frac{p_4}{p_3}\right) \simeq 110701\,J$$

$p_4 = 5{,}6\cdot10^6\,Pa$

$p_3 = 3{,}6\cdot10^6\,Pa$

(c) $W = W_{1\to2} + W_{2\to3} + W_{3\to4} + W_{4\to1} = W_{1\to2} + W_{3\to4} =$

$W_{2\to3} = -W_{4\to1}$ [ch. (a)]

$$= mr T_F \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + mr T_C \ln\left(\frac{P_4}{P_3}\right) \simeq 74477 \text{ J} = 74 \text{ kJ}$$

$$Q_C = Q_{3\to4} = -W_{3\to4} = -mr T_C \ln\left(\frac{P_4}{P_3}\right) \simeq -110701 \text{ J}$$

$$Q_F = Q_{1\to2} = -W_{1\to2} = -mr T_F \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \simeq 36224 \text{ J}$$

$Q_C < 0$ ⇒ la machine cède de la chaleur à la source chaude

$Q_F > 0$ ⇒ " " reçoit " " " de " source froide

⇒ Machine FRIGORIFIQUE.

(d) $$COP = \frac{Q_F}{W} \simeq \frac{36224 \text{ J}}{74477 \text{ J}} \simeq 0{,}49$$

$W > 0$: la machine reçoit du travail

(e) $$COP = \frac{Q_F}{W} = -\frac{Q_F}{Q_F + Q_C} = -\frac{Q_F/Q_C}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} = \frac{\overbrace{T_F/T_C}^{1-\eta_C}}{\underbrace{1 - \frac{T_F}{T_C}}_{\eta_C}} = \frac{1-\eta_C}{\eta_C} \simeq 0{,}49$$

$W + Q_F + Q_C = 0$ (1 cycle)

$W = -(Q_F + Q_C)$

$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}$ RENDEMENT CYCLE CARNOT ; $\eta_C = 1 - \frac{288}{873} \simeq 0{,}67$

c. CARNOT : $\frac{Q_F'}{Q_C'} = -\frac{T_F}{T_C}$; $Q_F' < 0$ et $Q_C' > 0$

c. INVERSE : $\frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F}{T_C}$; $Q_F > 0$ et $Q_C < 0$