

Méthodes numériques pour l'ingénieur (Polytech'Lille, CM3)

Travaux Dirigés

Enrico Calzavarini (bureau F128), Stefano Berti (bureau F110)

TD 4 : Valeurs et vecteurs propres

Problème 1

L'état de contrainte dans un solide est défini par le tenseur suivant (en MPa) dans une base donnée :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

Le but est de déterminer la plus grande contrainte principale dans ce solide. Elle correspond à la valeur propre maximale de la matrice ci-dessus. On la déterminera par la méthode de la puissance itérée, en partant du vecteur initial $\mathbf{q}_0 = (1, 1/2, 1)^T$. On utilisera la norme infinie pour normaliser les vecteurs : $\|\mathbf{q}\|_\infty = \sup_{i=1,n} |q_i|$

- Faire 4 pas de la méthode et préciser les approximations \mathbf{q}_k ($k = 1, 2, 3, 4$).
- Calculer aussi l'estimation $\lambda_{(j)}^{(k)}$ de la valeur propre cherchée à chaque itération k (pour chaque élément $j = 1, 2, 3$ du vecteur propre).

Problème 2

Trouver toutes les valeurs propres de la matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Déterminer la première valeur propre par la méthode de la puissance itérée, en partant du vecteur initial $\mathbf{q}_0 = (1, 0)^T$. Ici on utilisera la norme euclidienne $\|\mathbf{q}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n q_i^2}$ pour normaliser les vecteurs \mathbf{q}_k (k est l'indice d'itération) ainsi que le quotient de Rayleigh pour l'estimation de la valeur propre à chaque itération. Faire au moins 4 itérations.
- Déterminer par calcul direct (analytiquement) le vecteur propre associé à la valeur propre trouvée.
- Déterminer la seconde valeur propre en utilisant la méthode de déflation.