UNIVERSITE DE LILLE 1 - SCIENCES ET TECHNOLOGIES
Licence 3 Mécanique - Parcours GM
Mécanique des fluides appliquée - travaux dirigés

Corrigé du TD n°4 : Recherche d'un régime d'écoulement

Q1) Dans les deux cas le nombre de Reynolds vaut :

$$\mathcal{R}_1 = \frac{V_1 D_1}{\nu} = \frac{200 \cdot 2}{0,01} = 4 \cdot 10^4$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{V_2 D_2}{\nu} = \frac{300 \cdot 60}{0,01} = 1,8 \cdot 10^6$$

où $\nu = 0,01\,\mathrm{St} = 0,01\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$ est la viscosité cinématique. L'écoulement est donc bien turbulent dans les deux cas, vu que $\mathcal{R}_{1,2} > R_c = 2000$. Le coefficient de perte de charge pourra s'obtenir au moyen de la formule de Colebrook.

Q2) Nous pouvons comparer l'importance relative des deux termes situés entre crochets dans la formule de Colebrook, en tenant compte du fait que Λ est très généralement compris entre $0,01$ et $0,04$ (ce qui sera vérifié *a posteriori*).

Pour le tube en verre on a

$$\frac{\epsilon_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{2} = 10^{-5}$$

et par suite le premier terme vaut $\dfrac{\epsilon_1/D_1}{3,71} = 2,69 \cdot 10^{-6}$.

D'autre part $4 \cdot 10^3 < \mathcal{R}_1\sqrt{\Lambda_1} < 8 \cdot 10^3$ et nous avons pour le deuxième terme :

$$3,14 \cdot 10^{-4} < \frac{2,51}{\mathcal{R}_1\sqrt{\Lambda_1}} < 6,28 \cdot 10^{-4}.$$

Ce deuxième terme est 100 à 200 fois supérieur au premier, qui peut donc être négligé, ce qui signifie que le tube en verre se comporte *hydrauliquement* comme un *tube lisse*, l'influence de sa rugosité ne se faisant plus sentir.

Q3) En utilisant la formule de Colebrook on peut calculer Λ par approximations successives. Si on part d'une valeur $\Lambda_1^{(0)} = 0,01$, on obtient $\Lambda_1^{(1)} \simeq 0,024$ et à partir de cette derniere valeur on a $\Lambda_1^{(2)} \simeq 0,022$. Après un faible nombre d'itérations on trouve que la solution est voisine de

$$\Lambda_1 = 2,2 \cdot 10^{-2}.$$

Q4) On peut comparer la valeur trouvée pour Λ_1 à la solution de Blasius

$$\Lambda_{L_1} = \frac{0,316}{\mathcal{R}_1^{1/4}} = 2,23 \cdot 10^{-2}$$

représentée sur la Fig. 1, et à la solution que donnerait, pour un écoulement hydrauliquement rugueux, la relation de Karmàn-Nikuradse :

$$\frac{1}{\sqrt{\Lambda_R}} = 1,74 + 2\log_{10}\frac{D}{2\epsilon}$$

soit :

$$\Lambda_{R_1} = 0,81 \cdot 10^{-2}.$$

Cette dernière est nettement erronée.

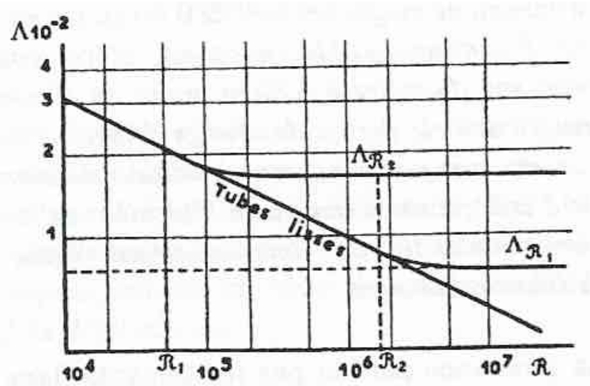

FIGURE 1 –

Q5) Pour la tuyauterie de fonte, on a :

$$\frac{\epsilon_2}{D_2} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{60} = 5 \cdot 10^{-4}$$

donc

$$\frac{\epsilon_2/D_2}{3,71} = 1,34 \cdot 10^{-4}$$

et

$$1,8 \cdot 10^5 < \mathcal{R}_2\sqrt{\Lambda_2} < 3,6 \cdot 10^5$$

d'où

$$6,98 \cdot 10^{-6} < \frac{2,51}{\mathcal{R}_2\sqrt{\Lambda_2}} < 1,396 \cdot 10^{-5}.$$

C'est maintenant le premier terme qui est 10 à 20 fois supérieur à l'autre, ce qui signifie que l'*écoulement est hydrauliquement rugueux.*

En calculant Λ_2 par approximations successives à partir de la formule de Colebrook on obtient que la solution est voisine de

$$\Lambda_2 = 1,7 \cdot 10^{-2}$$

alors que l'on obtiendrait comme précédemment

$$\Lambda_{L_2} = 0,86 \cdot 10^{-2}$$

et

$$\Lambda_{R_2} = 1,44 \cdot 10^{-2}.$$

C'est maintenant la solution de Blasius qui ne convient pas, comme le montre la Fig. 1.