• EX. 1 : MESURES DE CAPACITÉS THERMIQUES MASSIQUES

(a) Expérimentalement, on opère presque toujours à pression constante (la pression atmosphérique autour et à l'intérieur du calorimètre). En absence supposée de pertes (isolation thermique et radiative dans le calorimètre + mesure faite rapidement) le transfert thermique entre l'intérieur et l'extérieur du calorimètre est nul.

$Q = 0$
$p = p_{atm} = \text{const.}$ $\Rightarrow \underset{\text{ISOBARE}}{\underset{\uparrow}{Q}} = \Delta H = 0 \Rightarrow \boxed{H = \text{const.}}$ CONSERVATION de l'ENTHALPIE

ENTHALPIE : $H = U + pV$

$dH = dU + d(pV) = \delta Q - \cancel{pdV} + \cancel{pdV} + \cancel{Vdp} \Rightarrow dH = \delta Q$, à $p = \text{const.}$

$dU = \delta Q - pdV$; $dp = 0$ car $p = \text{const.}$ pour une TRANSF. ISOBARE.

$\Rightarrow$ T. ISOBARE : $dH = \delta Q$, quantité de chaleur échangée avec l'extérieur.

(b) SYSTÈME : CALORIMÈTRE de CAPACITÉ THERMIQUE C à TEMP. T_0

EAU m_0, T_0
" m_1, T_1 $\Big\}$ $c = 4187 \dfrac{J}{kg K}$ CAPACITÉ THERMIQUE MASSIQUE

$T_0 = 12°C$
$T_1 = 19°C$
$T_f = 16°C$
$m_0 = 400\,g$
$m_1 = 600\,g$

$p = \text{const}$
$Q = 0$ $\Rightarrow Q = \Delta H = 0 \Rightarrow \Delta H = \underbrace{C(T_f - T_0)}_{\text{calorimètre}} + \underbrace{m_0 c(T_f - T_0)}_{\text{masse eau } m_0} + \underbrace{m_1 c(T_f - T_1)}_{\text{masse eau } m_1}$

H : FONCTION D'ÉTAT EXTENSIVE

$\Rightarrow$

$\Rightarrow \quad 0 = C\,(T_f - T_0) + m_0 c\,(T_f - T_0) + m_1 c\,(T_f - T_1)$

$$\boxed{C = \left(m_1 \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_0} - m_0 \right) c}$$

CAPACITÉ THERMIQUE du CALORIMÈTRE

REMARQUE : $\left[m_1 \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_0} - m_0 \right] = [M] \Rightarrow$

$\Rightarrow$ L'appareillage se comporte comme l'équivalent d'une masse d'eau donnée par $C = \mu c$;
μ est appelée VALEUR en EAU du CALORIMÈTRE.

$$\mu = m_1 \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_0} - m_0 = 600\,g\, \frac{19°C - 16°C}{16°C - 12°C} - 400\,g =$$

$$= \left(\overset{150}{\cancel{600}}\, \frac{3}{\cancel{4}} - 400\right) g = 50\,g \Rightarrow \boxed{\mu = 50\,g}$$

$\mu = \frac{C}{c}$; μ est souvent faible à cause de la capacité thermique élevée de l'eau liquide.

$\Rightarrow$ Méthode d'étalonnage du calorimètre avant une expérience.

(c) $m_2 = 0{,}5\,kg$ SOLIDE ; c_S : CAPACITÉ THERMIQUE MASSIQUE

$m = m_0 + m_1 = 1\,kg$ eau

$\mu = 50 \cdot 10^{-3}\,kg$ équivalent en eau du calorimètre.

$T_f = 16°C$

$T_2 = 110°C$ (solide inséré dans le calorimètre)

$T_f' = 21°C$ nouvelle température d'équilibre

$\rightarrow$ ON CHERCHE $c_S \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \Delta H = \underbrace{\mu c\left(T_f' - T_f\right)}_{\text{CALORIMÈTRE}} + \underbrace{m c\left(T_f' - T_f\right)}_{\text{EAU}} + \underbrace{m_2 c_s\left(T_f' - T_2\right)}_{\text{SOLIDE}}$$

$$m = m_0 + m_1$$

$$\Delta H = Q = 0 \Rightarrow \quad \boxed{c_s = c\,\frac{\mu + m}{m_2}\,\frac{T_f' - T_f}{T_2 - T_f'}}$$

CAPACITÉ THERMIQUE MASSIQUE DU SOLIDE

$$c_s = 4187\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}\,\frac{5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg}}{0{,}5\,\mathrm{kg}}\,\frac{21\,°\mathrm{C} - 16\,°\mathrm{C}}{110\,°\mathrm{C} - 21\,°\mathrm{C}} \simeq$$

$$\simeq 493{,}97\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} \approx 494\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}$$

$$\underset{\text{SOLIDE}}{c_s} \approx \frac{1}{8}\,\underset{\text{EAU}}{c}$$; pour comparaison : $c_{ACIER} \simeq 490\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}$

• EX. 2 : POMPE à VÉLO

AIR : POMPE $\longrightarrow$ PNEU (G.P.)

v_A : VOLUME ($v_A = 1{,}2\,\ell$)

p_0 : PRESSION ($p_0 = 1\,\text{atm}$)

$T_0 = \text{const.}$: TEMPÉRATURE

PNEU: $V_0 = 50\,\ell$

(a) $m_A r T_0 = p_0 v_A \Rightarrow m_A = \dfrac{p_0 v_A}{r T_0}$

(b) APRÈS un coup de POMPE : MASSE m_1 DANS le PNEU ; p_1 ; V_0
AVANT " " " " : " m_0 " " " ; p_0 ; V_0

$$\left.\begin{aligned} m_0 r T_0 &= p_0 V_0 \\ m_1 r T_0 &= p_1 V_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{p_1}{p_0} = \frac{m_1}{m_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 = p_0 \frac{m_1}{m_0} \underset{\uparrow}{=} p_0 \left(1 + \frac{m_A}{m_0}\right)$$

$m_1 = m_0 + m_A$

$$\left.\begin{aligned} m_A &= \frac{p_0 v_A}{r T_0} \\ m_0 &= \frac{p_0 V_0}{r T_0} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{p_1 = p_0 \left(1 + \frac{v_A}{V_0}\right)}$$

PRESSION dans le PNEU APRÈS 1 COUP de POMPE

REMARQUE : $v_A \ll V_0 \Rightarrow p_1 \simeq p_0$

$$p_1 = 10^5\,\text{Pa}\left(1 + \frac{1{,}2\,\ell}{50\,\ell}\right) = 1{,}024 \cdot 10^5\,\text{Pa} = 1{,}024\,\text{atm}.$$

(c) W : TRAVAIL SUITE au 1° COUP de POMPE

$$W = -\int_{\substack{1\,\text{COUP}\\ \text{POMPE}}} p\,dV = \int_{p_0}^{p_1} V\,dp \underset{V=V_0}{=} V_0(p_1 - p_0) > 0$$

car $p_1 > p_0 \Rightarrow$ REÇU par l'AIR dans le PNEU.

G.P. : $pV = mrT \Rightarrow p\,dV + V\,dp = \cancel{mr\,dT} \Rightarrow p\,dV = -V\,dp$

$dT = 0$ pour une TR. ISOTHERME

Remarque : dans la réalité $T \simeq T_0 = \text{cst}$.

mais pas exactement $T = T_0$, autrement

$p = \dfrac{mrT_0}{V_0} = \text{cst}$, avec $T_0 = \text{cst}$ et $V_0 = \text{cst}$.

$$W = V_0(p_1 - p_0) = p_0 v_A = 10^5\,\text{Pa} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3\,\text{m}^3 = 1{,}2 \cdot 10^8\,\text{J}$$

$$p_1 = p_0\left(1 + \frac{v_A}{V_0}\right)$$

(d) ON CHERCHE : p_k APRÈS k COUPS de POMPE

2° COUP de POMPE :

$m_1 r T_0 = p_1 V_0$

$m_2 r T_0 = p_2 V_0$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2}{m_1} \underset{m_2 = m_1 + m_A}{=} 1 + \frac{m_A}{m_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1\left(1 + \frac{m_A}{m_1}\right) = p_1\left(1 + \frac{p_0 v_A}{p_1 V_0}\right) = p_1 + p_0\frac{v_A}{V_0} =$$

$m_A = \dfrac{p_0 v_A}{rT_0}$

$m_1 = \dfrac{p_1 V_0}{rT_0}$

$$\underset{p_1 = p_0\left(1 + \frac{v_A}{V_0}\right)}{=} p_0 + 2p_0\frac{v_A}{V_0} \Rightarrow p_2 = p_0\left(1 + 2\frac{v_A}{V_0}\right)$$

Par récurrence : $\boxed{P_k = P_0 \left(1 + k \frac{v_A}{V_0}\right)}$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{V_0}{v_A} \, \frac{P_k - P_0}{P_0}$$

$$P_f = 2{,}5 \, P_0 \Rightarrow \quad k^* = \frac{V_0}{v_A} \, \frac{P_f - P_0}{P_0} = \frac{50\,\ell}{1{,}2\,\ell} \, \frac{2{,}5\,\text{atm} - 1\,\text{atm}}{1\,\text{atm}} =$$

$$= 62{,}5 \quad \Rightarrow \quad k^* \simeq 63$$

• EX.3 : LOI de LAPLACE

GAZ PARFAIT

TRANSFORMATION ADIABATIQUE, QUASI-STATIQUE, SANS FROTTEMENT SOLIDE

(a) T. MÉCANIQUEMENT RÉVERSIBLE (quasi-statique, sans frottement solide) $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ la seule cause d'irréversibilité est un déséquilibre de température lors d'un échange de transfert thermique.

T. ADIABATIQUE $\Rightarrow$ ce cas d'irréversibilité est sans objet.

$\Rightarrow$ la TRANSFORMATION est RÉVERSIBLE

(b) MONTRER que $pV^\gamma = \text{const.}$ avec $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$$dU = \underbrace{\delta Q}_{\substack{\text{ADIABATIQUE} \\ \delta Q = 0}} + \delta W = -pdV \quad ; \quad \text{G.P.} : dU = nC_v dT$$

$n C_v dT = -pdV$. On veut montrer que $pV^\gamma = \text{cst}$ $\Rightarrow$ il faut éliminer la variable T

$pV = nRT$ (éq. d'état) $\Rightarrow T = \frac{pV}{nR}$ et, donc, on a : $dT = \frac{pdV + Vdp}{nR}$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{n} C_v}{\cancel{n} R}(pdV + Vdp) = -pdV \iff -pdV\frac{R}{C_v} - 1 = Vdp \iff$$

$$\iff pdV\left(1 + \frac{R}{C_v}\right) = -Vdp$$

Relation de Meyer : $C_p = C_v + R$ pour un G.P. $\Rightarrow$

$$1 + \frac{R}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

$$\Rightarrow pdV\gamma = -Vdp \iff -\gamma\frac{dV}{V} = \frac{dp}{p} \Rightarrow -\gamma \ln V = \ln p + \text{const.}$$

$$\Rightarrow \ln(V^\gamma) + \ln p = \text{cst} \Rightarrow \ln(pV^\gamma) = \text{cst} \Rightarrow \boxed{pV^\gamma = \text{cst.}}$$

• REMARQUE :

G.P. MONOATOMIQUE $\Rightarrow C_v = \frac{3}{2}R$; $C_p = \frac{5}{2}R \Rightarrow \gamma = 5/3$

DIATOMIQUE $\Rightarrow C_v = \frac{5}{2}R$; $C_p = \frac{7}{2}R \Rightarrow \gamma = 7/5$

• EX.4 : TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE DE DEUX CORPS INDÉFORMABLES

CORPS 1	... en CONTACT ...	CORPS 2
m_1 : MASSE		m_2
c_1 : CHALEUR MASSIQUE		c_2
T_1 : TEMPÉRATURE		T_2

→ QUESTION : T_F : TEMPÉRATURE ÉQUILIBRE
dans l'hypothèse que les 2 corps soient, globalement, isolés.

ENERGIE INTERNE : $U = U_1 + U_2 = m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2 + \text{const}$
(extensive)

U : même expression que pour un liquide incompressible (car V = const.)

SYSTÈME GLOBALEMENT ISOLÉ : $\Delta U = W + Q = 0$ (1° principe)

V = const. $\Rightarrow$ $W = 0$; isolé $\Rightarrow$ $Q = 0$

$$\Rightarrow 0 = \Delta U = m_1 c_1 (T_F - T_1) + m_2 c_2 (T_F - T_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T_F = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 T_2}}$$

REMARQUES :

(i) $c_2 m_2 \gg c_1 m_1$ (capacité thermique de 2 beaucoup plus importante que celle de 1)

$$T_F \simeq \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_2 c_2} = \underbrace{\frac{m_1 c_1}{m_2 c_2}}_{\ll 1} T_1 + T_2 \simeq T_2$$

CHALEUR REÇUE par le CORPS 1 (si $T_2 > T_1$) :

$$Q_1 = U_1 = m_1 c_1 (T_F - T_1) \simeq m_1 c_1 (T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$T_F \simeq T_2$ si $m_2 c_2 \gg m_1 c_1$

$\Rightarrow$ Le corps 2 cède de la chaleur mais, du par sa très grande capacité thermique, sa température ne change presque pas du tout.

(ii) D'après cet exemple, il faudrait être clair qu'il faut faire attention quand on mesure la température d'un corps : la capacité thermique du thermomètre doit être négligeable par rapport à celle du corps dont on veut mesurer la température.

(iii) Dans cet exercice : corps indéformable $\Rightarrow V = \text{cst} \Rightarrow$

$\Rightarrow dV = 0 \Rightarrow \delta W = 0 \Rightarrow \Delta U = Q$ (1° principe), comme pour un liquide incompressible.

$dU = mc\,dT$, avec c : chaleur massique ou capacité thermique massique.