UNIVERSITE DE LILLE 1 - SCIENCES ET TECHNOLOGIES
Licence 3 Mécanique - Parcours GM
Mécanique des fluides appliquée - travaux dirigés

Corrigé du TD n°3 : Couche limite

Exercice 1 : Traînée d'une plaque plane

Q1) Pour la plaque entière le nombre de Reynolds est

$$R_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{6 \cdot 30}{10^{-6}} = 1,8 \cdot 10^8.$$

Le coefficient de frottement (couche limite turbulente avec $R_L > 10^7$) moyen est

$$C_x = 0,455(\log_{10} R_L)^{-2,58} = \frac{0,455}{(\log_{10} R_L)^{2,58}} = \frac{0,455}{231,8} = 1,965 \cdot 10^{-3}.$$

Aire d'une face de la plaque : $S = 3 \cdot 30 = 90$ m^2.

Force s'exerçant sur une face :

$$F = C_x \rho S \frac{V^2}{2} = 1965 \cdot 10^{-3} \cdot 90 \cdot 1000 \cdot \frac{36}{2} = 3180 \text{ N}.$$

Q2) Si le nombre critique de transition correspond à $R = 5 \cdot 10^5$, la position de la ligne de transition est située à la distance x du bord d'attaque telle que :

$$R_x = \frac{V\,x}{\nu} = 5 \cdot 10^5,$$

et donc elle est

$$x = \frac{R_x\,\nu}{V} = \frac{5 \cdot 10^5}{6 \cdot 10^6} = 0,083 \text{ m} \ll 3 \text{ m}.$$

On pourra négliger en première approximation l'influence particulière du frottement dans la couche limite laminaire de sorte que si on calcule le coefficient C_x pour les 3 premiers mètres de plaque on a :

$$R_{L'} = \frac{V\,L'}{\nu} = \frac{6 \cdot 3}{10^{-6}} = 1,8 \cdot 10^7.$$

$$C_x = 0,455(\log_{10} R_{L'})^{-2,58} = \frac{0,455}{166} = 2,74 \cdot 10^{-3}.$$

Force de frottement sur $S' = 9$ m^2 :

$$F = C_x S' \frac{\rho V^2}{2} = 2,74 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 1000 \cdot \frac{36}{2} = 2,74 \cdot 16,2 = 444 \text{ N}.$$

Exercice 2 : Remorquage d'une conduite immergée

On peut considérer cette tuyauterie comme une plaque le long de laquelle se développe une couche limite ; c'est en effet à cette couche limite qu'est dû l'essentiel de la force de remorquage.
Le coefficient de frottement moyen correspondant à la formation de cette couche limite peut être fourni, lorsque le nombre de Reynolds relatif à la longueur de la plaque est supérieur à 10^7, par l'expression

$$C_x = 0,455(\log_{10} R_L)^{-2,58}$$

et l'effort de traînée est $F = C_x S \rho \frac{V^2}{2}$ où S est la surface frottante.

Q1) Si la tuyauterie est d'un seul tenant, le nombre de Reynolds a pour valeur :

$$R_1 = \frac{V\,L_1}{\nu} = \frac{2 \cdot 3}{1,2} 10^9 = 5 \cdot 10^9,$$

d'où, vu que $R_1 > 10^7$,

$$C_{x_1} = 0,455(\log_{10} R_1)^{-2,58} = 1,28 \cdot 10^{-3}$$

et,

$$F_1 = C_{x_1} S \rho \frac{V^2}{2} = 5,4 \text{ kN}$$

en utilisant la valeur de la surface frottante $S = \pi d L = \pi \cdot 0,22 \cdot 3 \cdot 10^3 \simeq 2073 \text{ m}^2$. La puissance correspondante sera

$$W_1 = F_1 V = 5400 \cdot 2 = 10,8 \text{ kW}.$$

Q2) Si la couche limite est détruite tous les 75 m, une nouvelle couche se développera sur chaque tronçon et le coefficient de frottement moyen s'en trouvera augmenté.
La nouvelle valeur du nombre de Reynolds est pour chaque tronçon (avec $L_2 = 75$ m) :

$$R_2 = \frac{V\,L_2}{\nu} = 1,25 \cdot 10^8$$

ce qui justifie ($R_2 > 10^7$) l'application de la même formule pour le calcul de C_x. On trouve :

$$C_{x_2} = 2,08 \cdot 10^{-3}$$

d'où, pour l'ensemble de la conduite :

$$F_2 = n f_2 = 8,8 \text{ kN}.$$

Dans l'expression précédente $n = 40$ est le nombre de tronçons et

$$f_2 = C_{x_2} S_2 \rho \frac{V^2}{2} = 2,08 \cdot 10^{-3} \cdot 52 \cdot 1025 \cdot \frac{4}{2} \simeq 213,2 \text{ N}$$

est la force de frottement sur chaque tronçon, avec $S_2 = \pi d L_2 \simeq 52 \text{ m}^2$.
Dans ce cas la puissance totale nécessaire est :

$$W_2 = F_2 V = 17,6 \text{ kW}$$