TD1

QUANTITÉ de MATIÈRE

• EX. 1 : NOMBRE D'AVOGADRO

(a) SABLE FIN → 1 grain : $V_0 = 0,1 \text{ mm}^3$

$N_A = 6 \cdot 10^{23}$ (nombre de grains)

$V = ?$ (VOLUME occupé par les N_A grains)

$S = 55000 \text{ Km}^2$ (AIRE de la FRANCE)

$h = ?$ (HAUTEUR de la COUCHE de SABLE)

(a) VOLUME TOTAL :

$$V = N_A \cdot V_0 = 6 \cdot 10^{23} \cdot 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 =$$

$$= 6 \cdot 10^{23-1-9} \text{ m}^3 = \boxed{6 \cdot 10^{13} \text{ m}^3 = V}$$

QUANTITÉ EXTENSIVE

$$1 \ell = 1 \text{ dm}^3 \Rightarrow 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3 = 10^3 \ell$$

$$\Rightarrow V = 6 \cdot 10^{13} \text{ m}^3 = 6 \cdot 10^{16} \ell =$$

$$= 60 \cdot \underbrace{10^6}_{\text{MILLIONS}} \cdot \underbrace{10^9}_{\text{MILLIARDS}} \ell$$

$$V = 6 \cdot 10^{13} \text{ m}^3$$

$$S = 5,5 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 5,5 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{6 \cdot 10^{13} \cancel{\text{m}^3} \text{ m}}{5,5 \cdot 10^{11} \cancel{\text{m}^2}} = \underbrace{\left(\frac{6}{5,5}\right)}_{\simeq 1,1} 10^2 \text{ m} \simeq 110 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{V}{S} \simeq 110 \text{ m}}$$

(b) POPULATION MONDIALE : $P_M = 7,53 \cdot 10^9 \Rightarrow \tilde{P}_M = \frac{P_M}{N_A} = \frac{7,53 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^{23}} \simeq 1,255 \cdot 10^{-14}$ mole

NOMBRE ETOILES : $N_E = 10^9 \cdot 10^6 \cdot 10^6 = 10^{21} \Rightarrow \tilde{N}_E = \frac{N_E}{N_A} = \frac{10^{21}}{6 \cdot 10^{23}} \simeq 0,17 \cdot 10^{-2}$ mole $\simeq$

$\simeq 0,002$ mole

• EX. 2 : MASSES MOLÉCULAIRES DANS L'AIR

AIR → { DIAZOTE N_2 : 78,08 % MOLES
DIOXYGÈNE O_2 : 20,95 % MOLES
ARGON Ar : 0,93 % MOLES

AZOTE : N → MOLECULE : N_2 (2 ATOMES) ; MASSE ATOMIQUE : 14,0067 g

OXYGÈNE : O → MOLECULE : O_2 (") ; " : 15,9994 g

ARGON : Ar → MOLECULE : Ar (") ; " : 39,948 g

(a) → CALCULER les MASSES MOLÉCULAIRES de : N_2, O_2, Ar

$$M_{MOLEC} = \frac{M_{MOL}}{N_A}$$ MASSE MOLÉCULAIRE

M_{MOL} = MASSE MOLAIRE ; N_A = NOMBRE D'AVOGADRO

- MASSES MOLAIRES DANS L'AIR :

$$M_{MOL}(N_2) = \underset{\text{N.ATOMES}}{2} \cdot \underset{\text{M.ATOMIQUE}}{M_{ATOM}(N)} =$$
$$= 2 \cdot 14,0067\ g =$$
$$= 28,0134\ g \simeq 0,028\ kg$$

// $M_{MOL}(N_2)$: MASSE (en g) de 1 MOLE de N_2

$N_A = 6 \cdot 10^{23}$: NOMBRE D'ENTITÉS dans 1 MOLE

$M_{ATOM}(N)$: MASSE ATOMIQUE (en g) de 1 MOLE de N //

$$M_{MOL}(O_2) = 2 \cdot M_{ATOM}(O) =$$
$$= 2 \cdot 15,9994\ g =$$
$$= 31,9988\ g \simeq 0,032\ kg$$

$$M_{MOL}(Ar) = 1 \cdot M_{ATOM}(Ar) =$$
$$= 39,948\ g \simeq 0,040\ kg$$

- MASSES MOLÉCULAIRES dans l'AIR :

$$M_{MOLEC}(N_2) = \frac{M_{MOL}(N_2)}{N_A} \simeq \frac{0,028\ kg}{6 \cdot 10^{23}} \simeq 0,0047 \cdot 10^{-23}\ kg \approx 5 \cdot 10^{-26}\ kg$$

$$M_{MOLEC}(O_2) = \frac{M_{MOL}(O_2)}{N_A} \simeq \frac{0,032\ kg}{6 \cdot 10^{23}} \simeq 0,0053 \cdot 10^{-23}\ kg \approx 5 \cdot 10^{-26}\ kg$$

$$M_{MOLEC}(Ar) = \frac{M_{MOL}(Ar)}{N_A} \simeq \frac{0,04\ kg}{6 \cdot 10^{23}} \simeq 0,0067 \cdot 10^{-23}\ kg \approx 7 \cdot 10^{-26}\ kg$$

(b) AIR

$p = 1 atm$
$T = 20°C$
} CONDITIONS NORMALES

$n = 1$ mole $\Rightarrow V = 22{,}4\ \ell$

→ CALCULER SON VOLUME MASSIQUE
SA MASSE VOLUMIQUE

• VOLUME MASSIQUE :

$N_2 : 78{,}08\ \% \rightarrow f_{N_2} = 0{,}7808$

$O_2 : 20{,}95\ \% \rightarrow f_{O_2} = 0{,}2095$

$Ar : 0{,}93\ \% \rightarrow f_{Ar} = 0{,}0093$

$$V_m = \frac{V}{m}$$

$$m = m_{N_2} + m_{O_2} + m_{Ar} =$$

$$= n_{N_2} M_{MOL}(N_2) + n_{O_2} M_{MOL}(O_2) + n_{Ar} M_{MOL}(Ar) =$$

$$= \left[f_{N_2} \cdot M_{MOL}(N_2) + f_{O_2} M_{MOL}(O_2) + f_{Ar} M_{MOL}(Ar) \right] \cdot n$$

$$f_{N_2} = \frac{n_{N_2}}{n} \qquad f_{O_2} = \frac{n_{O_2}}{n} \qquad f_{Ar} = \frac{n_{Ar}}{n}$$

$$n = n_{N_2} + n_{O_2} + n_{Ar}$$

$(n = 1)$ mole $\Rightarrow m = f_{N_2} M_{MOL}(N_2) + f_{O_2} M_{MOL}(O_2) + f_{Ar} M_{MOL}(Ar) \simeq$

$$\simeq 0{,}7802 \cdot 0{,}028\,kg + 0{,}2095 \cdot 0{,}032\,kg + 0{,}0093 \cdot 0{,}040\,kg =$$

$$= 0{,}0289216\ kg \simeq 0{,}029\ kg$$ ← ≃ MASSE de 1 MOLE de N_2 car $f_{N_2} \gg f_{O_2}$ et f_{Ar}

$$V_m = \frac{V}{m} = \frac{22{,}4\ \ell}{0{,}029\,kg} = \frac{22{,}4 \cdot 10^{-3}}{0{,}029} \frac{m^3}{kg} \simeq 0{,}77 \frac{m^3}{kg} \Rightarrow \boxed{V_m \simeq 0{,}77 \frac{m^3}{kg}}$$

$1\ell = 1\,dm^3 = 10^{-3}\,m^3$

• MASSE VOLUMIQUE :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{V_m} \simeq 1{,}2987 \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \boxed{\rho \simeq 1{,}3 \frac{kg}{m^3}}$$

• EX. 3 : LIBRE PARCOURS MOYEN

$$\lambda = \frac{M}{\sqrt{2}\pi N_A \rho d^2}$$

LIBRE PARCOURS MOYEN
(distance parcourue par une molécule entre deux collisions avec d'autres molécules).

M : MASSE MOLÉCULAIRE

$N_A = 6{,}02252 \cdot 10^{23}$ NOMBRE AVOGADRO

ρ : MASSE VOLUMIQUE (DENSITÉ)

d : DIAMÈTRE d'une MOLÉCULE

(a) $$[\lambda] = \left[\frac{M}{N_A \rho d^2}\right] = \left[\frac{M}{\rho d^2}\right] = \left[\frac{\cancel{M}}{\frac{\cancel{M}}{L^{\cancel{3}}} \cancel{L^2}}\right] = [L]$$ (oui!)

(b) AIR

$M = 28{,}9 \frac{kg}{kmole} = 28{,}9 \frac{g}{mole}$

MASSE MOLÉCULAIRE
(moyenne des masses des principaux constituants)

$d = 3{,}7 \cdot 10^{-10} m$

$\rho = 1{,}288 \frac{kg}{m^3}$

$$\lambda = \frac{M}{\sqrt{2}\pi N_A d^2 \rho} = \frac{7{,}8895 \cdot 10^{-5}\ kg\ m^{-2}}{\rho}$$

INVERSEMENT PROPORTIONNEL à ρ ⇒
⇒ PLUS PETIT pour un GAZ PLUS LOURD.

$\lambda = 6{,}125 \cdot 10^{-8} m = 6{,}125 \cdot 10^{-2} \mu m \approx$
$\approx 10 \cdot 10^{-2} \mu m = 0{,}1\ \mu m$ avec la valeur de ρ fournie.

Remarque : $\lambda \gg d$

(c) $v = 500\ m/s$ VITESSE MOLÉCULE

TEMPS TYPIQUE ENTRE DEUX COLLISIONS :

$$\tau \simeq \frac{\lambda}{v} = 1{,}225 \cdot 10^{-10} s \approx 0{,}1 \cdot 10^{-9} s = 0{,}1\ ns$$

estimation dimensionnelle

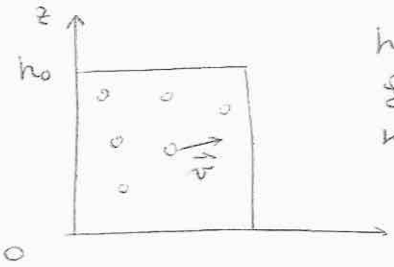
τ PROPORTIONNEL à λ ⇒
⇒ PLUS PETIT pour un GAZ PLUS LOURD

• Ex. 4 : CONSIDÉRATIONS MICROSCOPIQUES et HAUTEUR de l'ATMOSPHÈRE

AIR $\rightarrow N_2$

$M_{ATOM}(N) = 14,0067\ g$

$T = 293\ K$



$h_0 = 1\ m$

$g = 9,8\ m\,s^{-2}$

$K_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$

(a) $v \equiv \sqrt{\langle |\vec{v}|^2 \rangle} = ?$

(b) EFFET de la PESANTEUR NÉGLIGEABLE

(c) h (HAUTEUR de l'ATMOSPHÈRE) pour que la PESANTEUR soit IMPORTANTE ?

(a) ÉNERGIE CINÉTIQUE de MOLÉCULES :

$$E_c = \frac{1}{2} M_{MOLEC}(N_2) \langle |\vec{v}|^2 \rangle \qquad \text{(AGITATION THERMIQUE)}$$

$$E_c = \begin{cases} \frac{3}{2} k_B T & \text{GAZ MONOATOMIQUE} \\ \frac{5}{2} k_B T & \text{" DIATOMIQUE} \end{cases}$$

N_2 : GAZ DIATOMIQUE $\Rightarrow E_c = \frac{5}{2} k_B T \Rightarrow$

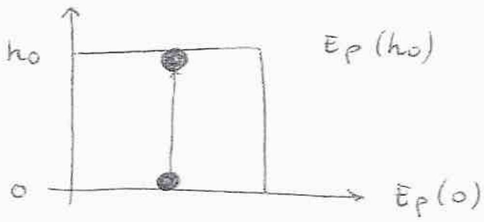
$$\Rightarrow \boxed{v \equiv \sqrt{\langle |\vec{v}|^2 \rangle} = \sqrt{\frac{5 k_B T}{M_{MOLEC}(N_2)}}}$$

$$M_{MOLEC}(N_2) = \frac{2 \cdot M_{ATOM}(N)}{N_A} \simeq 4,7 \cdot 10^{-26}\ Kg$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{5 k_B T}{M_{MOLEC}(N_2)}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}{4,7 \cdot 10^{-26}}} = \sqrt{430 \cdot 10^3} \simeq 656\ m\,s^{-1}$$

(b)

E_p : ÉNERGIE POTENTIELLE GRAVITATIONNELLE



$$\Delta E_p = E_p(h_0) - E_p(0) = M_{MOLEC}(N_2)\, g\, h_0$$

ÉNERGIE pour soulever 1 molécule d'air du fond jusqu'au sommet du récipient.

$$\Delta E_p = 4{,}7 \cdot 10^{-26}\,kg \cdot 9{,}8\,m\,s^{-2} \cdot 1\,m \simeq$$

$$\simeq 4{,}6 \cdot 10^{-25}\,J$$

$$E_c = \frac{5}{2} k_B T = 2{,}5 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{J}{K}\,293\,K =$$

<u>ÉNERGIE CINÉTIQUE</u>

$$= 10{,}11 \cdot 10^{-21}\,J = 1{,}01 \cdot 10^{-2}\,J$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E_p}{E_c} = 4{,}55 \cdot 10^{-25+20} \simeq 4{,}55 \cdot 10^{-5} = 0{,}45 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \boxed{\Delta E_p \ll E_c}$$

L'énergie nécessaire pour déplacer la molécule contre les forces de la pesanteur est une très petite fraction de l'énergie cinétique.

$\Rightarrow$ Si la molécule transforme une quantité ΔE_p de son énergie cinétique en énergie potentielle, alors son énergie cinétique, et donc sa vitesse, ne changerait presque pas du tout.

(c) HAUTEUR de l'ATMOSPHÈRE

EFFET IMPORTANT de la PESANTEUR ← À cause duquel les molécules restent "proches" de la surface de la Terre (c'est l'attraction gravitationnelle exercée par la Terre).

$\downarrow$

$\Delta E_p = E_c$

$\Downarrow$

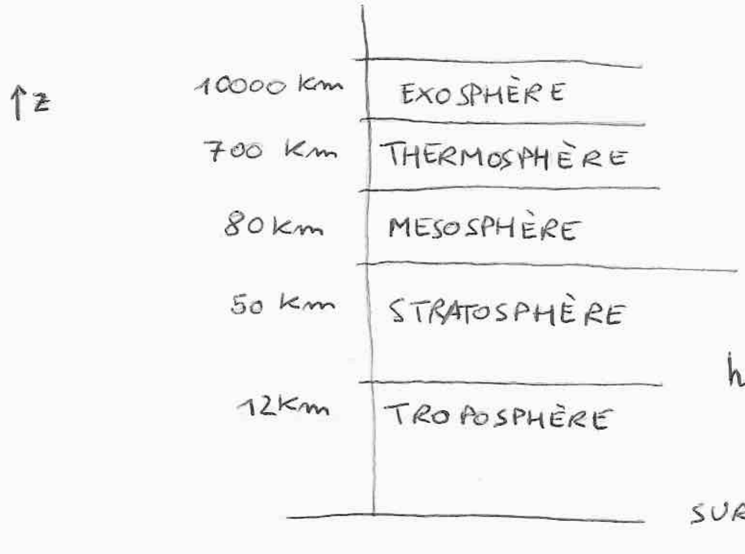
$M_{MOLEC}(N_2)\, g h = E_c \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{E_c}{M_{MOLEC}(N_2)\, g}} = \frac{1{,}01 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{J}}{4{,}7 \cdot 10^{-26}\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}} \simeq 0{,}022 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m} = 22\ \mathrm{Km}$$

ESTIMATION de la HAUTEUR de l'ATMOSPHÈRE

ÉCHELLE TYPIQUE (de hauteur) sur laquelle les effets de pesanteur deviennent importants. Pour des hauteurs supérieures à cette valeur, on ne peut plus négliger la pesanteur.

ATMOSPHÈRE



$$h_T;\ h_T \simeq \begin{cases} 9\ \mathrm{Km} & (\text{POLES}) \\ 17\ \mathrm{Km} & (\text{EQUATEUR}) \end{cases}$$

SURFACE de la TERRE

• EX.5 : ÉQUATION D'ÉTAT des GAZ PARFAITS

$$pV = N k_B T$$

PRESSION, VOLUME, TEMPÉRATURE

N : NOMBRE de MOLÉCULES

$k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$: CONSTANTE de BOLTZMANN

(a) $pV = N k_B T$

$N = n N_A$ — n : NOMBRE de MOLES ; N_A : NOMBRE AVOGADRO

$\Rightarrow \dfrac{pV}{n} = N_A k_B T$ en divisant par le nombre de moles à droite et à gauche.

$v = \dfrac{V}{n}$ VOLUME MOLAIRE $\Rightarrow pv = RT$

$R = N_A k_B = 6{,}02252 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\,mole}} \simeq 8{,}311078\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\,mole}}$ CONSTANTE des GAZ PARFAITS

R : UNIVERSELLE (indépendante de la substance spécifique).

(b) $pv = RT \Leftrightarrow pV = nRT \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{pV}{m} = \dfrac{n}{m} RT$ où m est la masse (en kg).

$\dfrac{n}{m} = \dfrac{1}{M_{MOL}}$ où M_{MOL} est la masse molaire

$r = \dfrac{R}{M_{MOL}} \equiv \dfrac{Rn}{m}$; r N'EST PAS UNIVERSELLE, car elle dépend de la masse molaire de la substance considérée.

(c) $M_{MOL} = 28{,}97\ \dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{mole}}$ (Moyenne) MASSE MOLAIRE de l'AIR

$$\Rightarrow r = \frac{R}{M_{MOL}} = \frac{8{,}311078\ \mathrm{J/(mole\,K)}}{28{,}97 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mole}}} \simeq 0{,}287 \cdot 10^{3}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} = 287\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}$$