

Devoir surveillé de Thermodynamique

Samedi 14 décembre 2019

Durée : 2 h. Sans documents.

Exercice 1

Une masse m d'air, initialement à la température T_1 , subit une compression dans un système cylindre-piston. Son volume est réduit de $\nu = 3$ fois. L'air sera assimilé à un gaz parfait.

(A) Dans la première partie de cet exercice on considère que la transformation subit par l'air est isotherme.

Q1) Déterminer l'expression de la pression P_2 à la fin de la compression et dire si elle est supérieure ou inférieure à la pression initiale P_1 .

Q2) Déterminer l'expression du travail W_{12} associé à cette transformation. Préciser son signe et dire si le travail est reçu ou cédé par l'air.

Q3) Déterminer la quantité de chaleur échangée par l'air durant la transformation. Préciser son signe et dire si elle est reçue ou cédée par l'air.

(B) On considère maintenant que la transformation soit adiabatique.

Q4) Déterminer l'expression de la pression P_2 à la fin de la compression et dire si elle est supérieure ou inférieure à la pression initiale P_1 .

Q5) Fournir l'expression de la température T_2 à la fin de la compression et dire si elle est supérieure ou inférieure à la température initiale T_1 .

Q6) Déterminer l'expression du travail W_{12} associé à cette transformation. Préciser son signe et dire si le travail est reçu ou cédé par l'air.

Q7) Pour les cas (A) et (B), les échanges éventuels de chaleur s'effectuent avec un thermostat (système à température constante) à la température T_a . Déterminer l'expression de la variation de l'entropie totale (air + thermostat) dans les deux cas suivant : (i) $T_a > T$, (ii) $T_a < T$, où T est la température de l'air.

Exercice 2

On considère un cycle de Brayton d'une masse $m = 1$ kg d'air. Ce cycle représente le fonctionnement d'une turbine à gaz et il est composé des évolutions suivantes :

- de l'état 1 à 2, une compression adiabatique ;
- de l'état 2 à 3, une transformation isobare qui comporte une augmentation de volume ($V_3 > V_2$) ;
- de l'état 3 à 4, une détente adiabatique ;
- de l'état 4 à 1, une transformation isobare qui comporte une diminution de volume ($V_1 < V_4$).

Toutes ces transformations sont supposées mécaniquement réversibles.

L'air sera assimilé à un gaz parfait de caractéristiques $r = 287 \text{ J}/(\text{kg K})$, $c_V = 713 \text{ J}/(\text{kg K})$ (on rappelle aussi que $c_P = c_V + r$ et $\gamma = c_P/c_V$). On connaît : les volumes $V_1 = 0,83 \text{ m}^3$ et $V_3 = 0,27 \text{ m}^3$ (dans les états 1 et 3, respectivement), la pression $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$ (dans l'état 1) et le rapport de compression $P_2/P_1 = 15$ (avec P_2 la pression dans l'état 2).

Q1) Tracer le graphique du cycle dans le plan volume-pression et préciser le sens dans lequel il doit être parcouru.

Q2) Déterminer la température (expression et valeur numérique) dans l'état 1.

Q3) Déterminer le volume et la température (expressions et valeurs numériques) à la fin de la compression adiabatique (état 2).

Q4) Calculer le travail W_{12} échangé par l'air pendant la compression adiabatique $1 \rightarrow 2$ et dire si W_{12} est cédé ou reçu par l'air.

Q5) Calculer la température dans l'état 3.

Q6) Calculer le travail W_{23} et la quantité de chaleur Q_{23} échangés dans la transformation $2 \rightarrow 3$ et dire si W_{23} et Q_{23} sont cédés ou reçus par l'air.

Q7) Déterminer toutes les variables thermodynamiques (expressions et valeur numériques) caractérisant l'état 4.

Q8) Calculer le travail W_{34} échangé par l'air pendant la détente adiabatique $3 \rightarrow 4$ et dire si W_{34} est cédé ou reçu par l'air.

Q9) Calculer le travail W_{41} et la quantité de chaleur Q_{41} échangés dans la transformation $4 \rightarrow 1$ et dire si W_{41} et Q_{41} sont cédés ou reçus par l'air.

Q10) Identifier les quantités de chaleur reçue (Q_{in}) et cédée (Q_{out}) par l'air, afin de calculer le rendement η du cycle. Calculer la valeur de η .

Q11 Bonus) Montrer que le rendement peut aussi s'écrire comme $\eta = 1 + (T_1 - T_4)/(T_3 - T_2)$.

Q12 Bonus) A partir de l'expression précédente de η , montrer que $\eta = 1 - 1/T_r$, où $T_r = T_2/T_1$ est le rapport de température (de la turbine).