

EX. 1: TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE DE DEUX CORPS INDÉFORMABLES

CORPS 1	... en contact ...	CORPS 2
m_1 : MASSE		m_2
c_1 : CHALEUR MASSIQUE		c_2
t_1 : TEMPÉRATURE		t_2

→ QUESTION: Calculer la température finale t_F à l'équilibre, dans l'hypothèse que les 2 corps soient, globalement, isolés.

ENERGIE INTERNE: $U = U_1 + U_2 = m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2 + \text{const.}$

← chaleurs massiques

(additive, quantité extensive)

U: Même expression que pour un liquide incompressible (car $v = \text{const.}$)

SYSTÈME GLOBALEMENT ISOLÉ: $\Delta U = W + Q = 0$ (1^{er} principe)

\uparrow $v = \text{const}$ \downarrow $w = 0$ \uparrow isolé \downarrow $Q = 0$

$\Rightarrow 0 = \Delta U = m_1 c_1 (t_F - t_1) + m_2 c_2 (t_F - t_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow t_F = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$

REMARQUES:

(i) $c_2 m_2 \gg c_1 m_1$ (capacité thermique du corps 2 beaucoup plus importante.)

$t_F \approx \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_2 c_2} = \underbrace{\left(\frac{m_1 c_1}{m_2 c_2}\right)}_{\ll 1} t_1 + t_2 \approx t_2$

CHALEUR reçue par le corps 1 (si $t_2 > t_1$):

$Q_1 = U_1 = m_1 c_1 (t_F - t_1) \approx m_1 c_1 (t_2 - t_1)$

↳ $t_F \approx t_2$

si $m_2 c_2 \gg m_1 c_1$

⇒

⇒ Le corps 2 cède de la chaleur mais, de par sa très grande capacité thermique, sa température ne change presque pas du tout.

(ii) D'après cet exemple, il faudrait être clair qu'il faut faire attention quand on mesure la température d'un corps: la capacité thermique du thermomètre doit être négligeable par rapport à celle du corps dont on veut mesurer la température.

(iii) Dans cet exercice: corps indéformable ⇒ $V = \text{const}$ ⇒ (équation d'état)

⇒ $dV = 0$ ⇒ $\delta W = 0$ ⇒

⇒ $\Delta U = Q$ (1^{er} principe), comme pour un liquide incompressible.

$dU = mcdT$, avec c : chaleur massique ou capacité thermique massique.

1) Expérimentalement, on opère presque toujours à pression constante (la pression atmosphérique autour et à l'intérieur du calorimètre). En absence supposée de pertes (isolation thermique et radiative dans le calorimètre + mesure faite rapidement) le transfert thermique entre l'intérieur et l'extérieur du calorimètre est nul.

$$Q = 0 \quad p = p_{atm} = \text{const.} \Rightarrow Q = \Delta H = 0 \Rightarrow \boxed{H = \text{const.}}$$

↑
ISOBARE

CONSERVATION de l'ENTHALPIE

ENTHALPIE: $H = U + pV$

$$dH = dU + d(pV) = \delta Q - p dV + p dV + \underbrace{V dp}_0 \Rightarrow dH = \delta Q, \text{ à } p = \text{const.}$$

↑
 $\delta Q - p dV$

0 car $p = \text{const.}$
pour une transformation ISOBARE

⇒ T. ISOBARE: $dH = \delta Q$, quantité de chaleur échangée avec l'extérieur.

2) SYSTÈME: CALORIMÈTRE de CAPACITÉ THERMIQUE C à TEMP. T_0

EAU	m_0, T_0	} C: CAPACITÉ THERMIQUE MASSIQUE
EAU	m_1, T_1	

→ QUESTION: Déterminer C
Déduire la valeur en eau μ

$T_0 = 20^\circ\text{C}$

$T_1 = 40^\circ\text{C}$

$T_f = 31,5^\circ\text{C}$

$m_0 = 200 \text{ g}$

$m_1 = 300 \text{ g}$

$c = 4,18 \frac{\text{KJ}}{\text{kg K}} = 4,18 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$

$p = \text{const}$
 $Q = 0$

⇒ $Q = \Delta H = 0$

$\Delta H = C(T_f - T_0) + m_0 c(T_f - T_0) + m_1 c(T_f - T_1)$

Colormètre masse eau m_0 masse eau m_1

H: FONCTION D'ÉTAT EXTENSIVE

$$\boxed{C = \left(m_1 \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_0} - m_0 \right) c}$$

CAPACITÉ THERMIQUE DU CALORIMÈTRE

$$C = \left(m_1 \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_0} - m_0 \right) c \quad ; \quad \left[m_1 \frac{T_f - T_f}{T_f - T_0} - m_0 \right] = [M] \quad \boxed{4}$$

L'appareillage se comporte comme l'équivalent d'une masse d'eau donnée par $C = \mu c$; μ est appelée VALEUR EN EAU DU CALORIMÈTRE.

$$\mu = m_1 \frac{T_1 - T_f}{T_f - T_0} - m_0 = 300 \text{ g} \cdot \frac{40^\circ\text{C} - 31,5^\circ\text{C}}{31,5^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} - 200 \text{ g} =$$

$$= \left(300 \cdot \frac{8,5}{11,5} - 200 \right) \text{ g} \approx 22 \text{ g} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu \approx 22 \text{ g}}$$

$\mu = \frac{C}{c}$; μ est souvent faible à cause de la capacité thermique élevée de l'eau liquide.

⇒ Méthode d'étalonnage du calorimètre avant une expérience.

3)

$m_2 = 50 \text{ g}$ Aluminium

$m = m_0 + m_1 = 500 \text{ g}$ eau

$\mu = 22 \text{ g}$ équivalent en eau du calorimètre

$c = 4,18 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$ capacité thermique massique de l'eau.

$T_f = 31,5^\circ\text{C}$

$T_2 = 90^\circ\text{C}$ (aluminium inséré dans le calorimètre)

$T_f' = 32,7^\circ\text{C}$ nouvelle température d'équilibre.

→ QUESTION: $C_{AL} = ?$

$$\Delta H = \underbrace{\mu c (T_f' - T_f)}_{\text{CALORIMÈTRE}} + \underbrace{m c (T_f' - T_f)}_{\text{EAU}} + \underbrace{m_2 C_{AL} (T_f' - T_2)}_{\text{ALUMINIUM}}$$

$m = m_0 + m_1$

$\Delta H = Q = 0$
 \uparrow p = const
 \uparrow isolation thermique

$$\Rightarrow \boxed{C_{AL} = c \frac{\mu + m}{m_2} \frac{T_f' - T_f}{T_2 - T_f'}}$$

CAPACITÉ THERMIQUE MASSIQUE DE L'ALUMINIUM

$$C_{AL} \approx 9,914 \text{ J g}^{-1} \text{K}^{-1} = 9,914 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$C_{AL} \approx \frac{1}{4} c$$

\uparrow ALUMINIUM \uparrow EAU

• EX. 3: LOI de LAPLACE

GAZ PARFAIT

TRANSFORMATION ADIABATIQUE, QUASI-STATIQUE, SANS FROTTEMENT SOLIDE

(a) T. MÉCANIQUEMENT RÉVERSIBLE (quasi-statique, sans frottement solide) \Rightarrow
 \Rightarrow la seule cause d'irréversibilité est un déséquilibre de température
 lors d'un échange de transfert thermique.

T. ADIABATIQUE \Rightarrow ce cas d'irréversibilité est sans objet.
 \Rightarrow la TRANSFORMATION est RÉVERSIBLE

(b) MONTRER que $PV^\gamma = \text{const.}$ avec $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$$dU = \delta Q + \delta W = -p dV \quad ; \quad \text{G.P.} : dU = m C_v dT$$

\downarrow
 ADIABATIQUE
 $\delta Q = 0$

$m C_v dT = -p dV$. On veut montrer que $PV^\gamma = \text{const} \Rightarrow$ il faut éliminer
la variable T

$$PV = nRT \quad (\text{éq. d'état}) \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \quad \text{et, donc, on a : } dT = \frac{P dV + V dp}{nR}$$

$$\Rightarrow \frac{m C_v}{n R} (p dV + V dp) = -p dV \Leftrightarrow -p dV \frac{n}{C_v} - 1 = V dp \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p dV \left(1 + \frac{n}{C_v}\right) = -V dp$$

Relation de Meyer: $C_p = C_v + n$ pour un G.P. \Rightarrow

$$1 + \frac{n}{C_v} = \frac{C_v + n}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

$$\Rightarrow p dV \gamma = -V dp \Leftrightarrow -\gamma \frac{dV}{V} = \frac{dp}{p} \Rightarrow -\gamma \ln V = \ln p + \text{const.}$$

$$\Rightarrow \ln(V^\gamma) + \ln p = \text{const} \Rightarrow \ln(PV^\gamma) = \text{const} \Rightarrow \boxed{PV^\gamma = \text{const.}}$$

• REMARQUE:

G.P. MONOATOMIQUE $\Rightarrow C_v = \frac{3}{2} n$; $C_p = \frac{5}{2} n \Rightarrow \gamma = 5/3$

DIATOMIQUE $\Rightarrow C_v = \frac{5}{2} n$; $C_p = \frac{7}{2} n \Rightarrow \gamma = 7/5$

• EX.4: ÉTUDE D'UNE POMPE À VIDE

POMPE → VIDEUR COMPARTIMENT B de $V = 10^3$ l

A: CORPS de la POMPE : $V_0 = 10$ l

P: PISTON de masse négligeable et mobile sans frottement.

1 COUP de POMPE ↔ 1 ALLER-RETOUR du PISTON : $\left\{ \begin{array}{l} \text{ALLER : } V_0 \rightarrow 0 \\ \text{RETOUR : } 0 \rightarrow V_0 \end{array} \right.$ VOLUME COMPARTIMENT A

SOUPAPES $\left\{ \begin{array}{l} a: \text{AIR de A à l'extérieur} \\ b: \text{AIR de B à A} \end{array} \right.$

HYPOTHÈSES:

AIR → G.P.

VIDAGE → ISOTHERME, QUASI-STATIQUE, MÉCANIQUEMENT REVERSIBLE

AU DÉBUT : $T_0 = 298$ K ; $P_0 = 10^5$ Pa dans A, B et à l'EXTÉRIEUR

$$R = 287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

(1) $P_1 = ?$ PRESSION DANS B APRÈS le PREMIER ALLER-RETOUR de P

ALLER → a : OUVERTE ; b : FERMÉE

la masse d'air peu dans B n'est pas concernée.

RETOUR ← a : FERMÉE ; b : OUVERTE

m : $V \rightarrow V + V_0$ à $T = \text{const}$ (DÉTENTE ISOTHERME) ⇒
 ↑ COMPARTIMENT B
 ↖ COMPARTIMENTS A et B

⇒ PRESSION : $P_0 \rightarrow P_1 < P_0$

$$P_0 V = m R T_0 ; P_1 (V + V_0) = m R T_0 \Rightarrow P_0 V = P_1 (V + V_0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{V}{V + V_0} P_0}$$

; A.N.: $P_1 = 0,99 \cdot 10^5$ Pa

La pression varie peu car $V_0 \ll V$

- (2) $W = ?$ TRAVAIL REÇU par le gaz initialement dans B après le premier retour du piston.

17

TRANSFORMATION de RETOUR

V : VOLUME

$$\text{TRAVAIL: } W = - \int_{\text{RETOUR}} P dv = - \int_{\text{RETOUR}} P v \frac{dv}{v} = - P_0 V \int_v^{V_0+V} \frac{dv}{v} = - P_0 V \ln \left(1 + \frac{V_0}{V} \right)$$

$$Pv = P_0 V = nRT_0 = \text{const} \quad \leftarrow \text{ISOTHERME}$$

$$W = - P_0 V \ln \left(1 + \frac{V_0}{V} \right)$$

$W < 0 \Rightarrow$ TRAVAIL FOURNI PAR LE GAZ

On ne peut pas en déduire le travail du moteur sur le piston car on ne connaît pas la pression du côté gauche du piston.

REMARQUE: $\frac{V_0}{V} = \frac{10}{10^3} = \frac{1}{100} \ll 1 \Rightarrow \ln \left(1 + \frac{V_0}{V} \right) \approx \frac{V_0}{V} \Rightarrow W \approx - P_0 V_0$

- (3) P_k : PRESSION DU GAZ RESTANT DANS B APRÈS k COUPS de POMPE

RELATION entre P_k, P_0, V, V_0, k ?

2^{ème} CYCLE du PISTON : $P_1 \rightarrow P_2$

m' : quantité de matière restant dans B

$$P_1 V = P_2 (V + V_0) \Rightarrow P_2 = \frac{V}{V + V_0} P_1 = \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2 P_0$$

Même relation que pour le cas précédent

$$P_1 = \frac{V}{V + V_0} P_0$$

Par récurrence: $P_k = \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^k P_0$

PRESSION DU GAZ RESTANT DANS B APRÈS k COUPS DE POMPE

$$\Rightarrow k = \frac{\ln(P_0/P_k)}{\ln(1 + V_0/V)}$$

A.N.: $k: P_k = \frac{P_0}{100} \Rightarrow k = 463$